KMA 한국수학학력평가(상반기) 정답과 해설

중학교 2학년

1. 3	**2.** 514
3. 43	**4.** 109
5. 51	**6.** 16
7. 3	**8.** 60
9. 50	**10.** 16
11. 693	**12.** 257
13. 32	**14.** 23
15. 17	**16.** 392
17. 31	**18.** 166
19. 87	**20.** 130
21. 106	**22.** 32
23. 398	**24.** 70
25. 240	**26.** 6
27. 19	**28.** 241
29. 329	**30.** 161

1. $\frac{3}{22}=0.13636363636\cdots$이고, $40=1+2\times19+1$
이므로 소수점 아래 40번째 자리의 숫자는 3이다.

2. $3.\dot{2}1\dot{3}=\frac{1070}{333}$, $2.3\dot{7}\dot{8}=\frac{157}{66}$이므로
$a-b-c-d=1070-333-157-66=514$

3. $(a^3)^6\times(b^4)^8\div\left(\frac{b^3}{a^2}\right)^7$
$=a^{18}\times b^{32}\times\frac{a^{14}}{b^{21}}=a^{32}b^{11}$
$m=32$, $n=11$이므로 $m+n=32+11=43$

4. $4x(5x-3)-(9x^3-2x^2)\div6x$
$=20x^2-12x-\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{3}x\right)$
$=\frac{37}{2}x^2-\frac{35}{3}x$
$\therefore a=\frac{37}{2}$, $b=-\frac{35}{3}$
$\therefore 4a-3b=4\times\frac{37}{2}-3\times\left(-\frac{35}{3}\right)$
$=74+35=109$

5. 구의 부피는 $\frac{4}{3}\times(3a^2b^3)^3\times\pi=36\times a^6b^9\pi$
$l+m+n=36+6+9=51$

6. $A-(-4x^2+3xy-5y^2)=7x^2-5xy+6y^2$
이므로
$A=3x^2-2xy+y^2$
코딩을 수정한 후 다시 계산한 결과는
$3x^2-2xy+y^2+(-4x^2+3xy-5y^2)$
$=-x^2+xy-4y^2$
즉, $a=-1$, $b=1$, $c=-4$이므로
$(a+b+c)^2=16$

7. ㄱ. $6x-5<0$ $\quad\therefore$ 일차부등식
ㄴ. $-x^2+2x+7\le0$
$\therefore$ 좌변이 일차식이 아니다.
ㄷ. $-6<0$ $\quad\therefore$ 좌변이 일차식이 아니다.
ㄹ. $3x=-5$ $\quad\therefore$ 일차방정식이다.
ㅁ. $0<x$ $\quad\therefore$ 일차부등식
ㅂ. $3x+9\ge0$ $\quad\therefore$ 일차부등식
따라서 일차부등식은 ㄱ, ㅁ, ㅂ의 3개이다.

8. 잘못 본 부등식의 해를 구하면
$0.2x-0.21\le0.32(x-2)$
$20x-21\le32(x-2)$, $20x-32x\le-64+21$
$-12x\le-43$, $x\ge\frac{43}{12}$
$\therefore p=12$, $q=43$
바르게 풀이한 처음 부등식의 해를 구하면
$0.\dot{2}x-0.2\dot{1}\le0.\dot{3}\dot{2}(x-2)$,
$\frac{2}{9}x-\frac{21-2}{90}\le\frac{32}{99}(x-2)$
$220x-209\le320(x-2)$,
$220x-320x\le-640+209$
$-100x\le-431$
$\therefore x\ge4.31$
따라서 이 부등식을 만족시키는 최소의 자연수는 $n=5$이다.
$\therefore p+q+n=12+43+5=60$

9. $\begin{cases}2(x+1)-y=8 & \cdots ㉠\\ 3(x+y)-2=y & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠을 정리하면 $2x-y=\boxed{6}$ ⋯ ㉢

㉡을 정리하면 $3x+\boxed{2}y=2$ ⋯ ㉣

㉢×2+㉣을 하면 $7x=\boxed{14}$ $\quad\therefore x=\boxed{2}$ ⋯ ㉤

㉤을 ㉢에 대입하면 $y=\boxed{-2}$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$x=\boxed{2}$, $y=\boxed{-2}$이다.

$A=6$, $B=2$, $C=14$, $D=2$, $E=-2$에서

$A+2B+3C+4D+5E$

$=6+2\times2+3\times14+4\times2+5\times(-2)$

$=6+4+42+8-10=50$

10. 해가 없는 것은 ㄴ, ㅁ이므로 $a=2$이다.

해가 1개인 것은 ㄱ, ㄷ, ㅂ이므로 $b=3$이다.

해가 무수히 많은 것은 ㄹ이므로 $c=1$이다.

$\therefore a+3b+5c=2+3\times3+5\times1=2+9+5=16$

11. $\dfrac{49}{220}=\dfrac{7^2}{2^2\times5\times11}$, $\dfrac{75}{378}=\dfrac{25}{126}=\dfrac{5^2}{2\times3^2\times7}$

두 분수에 자연수 n을 곱한 결과가 모두 유한소수이려면 분모에 2, 5를 제외한 소인수가 없어야 한다.

즉, n은 11, $3^2\times7$의 공배수이어야 하므로 n의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 11, $3^2\times7$의 최소공배수이다.

$\therefore 11\times3^2\times7=693$

12. $\dfrac{27}{37}=\dfrac{729}{999}=0.\dot{7}2\dot{9}$이므로 $a=7$, $b=2$, $c=9$

$0.b\dot{c}\dot{a}=0.2\dot{9}\dot{7}=\dfrac{295}{990}=\dfrac{59}{198}$

즉, $M=198$, $N=59$이다.

$\therefore M+N=257$

13. $ak=54=2\times3^3$, $bk=72=2^3\times3^2$,

$ck=99=3^2\times11$, $dk=63=3^2\times7$

이때, $a+b+c+d$의 값이 최소가 되려면 k는 54, 72, 99, 63의 최대공약수 9이어야 한다.

$k=9$일 때 $a=6$, $b=8$, $c=11$, $d=7$이므로

$a+b+c+d$의 최솟값은 $6+8+11+7=32$

14. (주어진 식)

$=(2\times2^6)\times(3\times5^4)\times\{2^2\times(2^2)^3\}\times(3\times5^8)$

$=2^{15}\times3^2\times5^{12}=(2^3\times3^2)\times10^{12}$

$=72\times10^{12}$

$=72\underbrace{0\cdots0}_{12개}$

즉, $m=14$, $S=9$이므로 $m+S=23$

15. (부피)=(가로)×(세로)×(높이)이므로

$\left(\dfrac{16x^3}{y}-24x^2\right)\times\dfrac{y^2}{x}\times\dfrac{By}{Ax}=24xy^2-36y^3$

$\dfrac{B}{A}\times\dfrac{8x^2(2x-3y)}{y}\times\dfrac{y^3}{x^2}=12y^2(2x-3y)$

$\dfrac{B}{A}\times8y^2(2x-3y)=12y^2(2x-3y)$

$\therefore \dfrac{B}{A}=\dfrac{3}{2}$

$\therefore A+5B=2+5\times3=17$

16. $x+y+z=0$에서

$x+y=-z$, $x+z=-y$, $y+z=-x$이므로

$\dfrac{x+y-6z}{x}\times\dfrac{x-7y+z}{y}\times\dfrac{8x+y+z}{z}$

$=\dfrac{-7z}{x}\times\dfrac{-8y}{y}\times\dfrac{7x}{z}=\dfrac{392xyz}{xyz}=392$

17. 전체 50문제이므로 맞힌 문제의 개수를 x라고 하면, 틀린 문제의 개수는 $50-x$이다.

$2x-(50-x)>40$, $3x>90$ $\quad\therefore x>30$

따라서 31문제 이상을 맞혀야 한다.

18. ㈏에서 일의 자리의 숫자를 k라고 하면, 십의 자리의 숫자는 $11-k$이므로

처음 수는 $10(11-k)+k=110-9k$이고,

십의 자리와 일의 자리를 바꾼 수는

$10k+(11-k)=9k+11$이다.

㈐를 부등식으로 나타내면

$3(9k+11)<2(110-9k)$,

$27k+33<220-18k$, $45k<187$

$\therefore k<\dfrac{187}{45}=4.1\dot{5}$

㈎에서 일의 자리의 숫자는 짝수이므로

$k=4$ 또는 $k=2$이다.

즉, 조건을 만족시키는 두 자리 자연수는 74, 92이므로 $74+92=166$

19. A가 +2만큼 이동한 횟수가 m이면 B가 −1만큼 이동한 횟수도 m이다.

B가 +2만큼 이동한 횟수가 n이면 A가 −1만큼 이동한 횟수도 n이다.

게임이 끝났을 때 A의 위치는 25이므로

$2m-n=25$ ⋯ ㉠

게임이 끝났을 때 B의 위치는 1이므로

$-m+2n=1 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m=17$, $n=9$이다.

$\therefore 3m+4n=3\times17+4\times9=51+36=87$

20. $\begin{cases} 2x-3y=-6 \\ 3x+(a-4)y=2b \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 6x-9y=-18 \\ 6x+2(a-4)y=4b \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 무수히 많으므로 x, y의 계수와 상수항이 각각 같아야 한다.

$2(a-4)=-9$, $4b=-18$

$\therefore a=-\dfrac{1}{2}$, $b=-\dfrac{9}{2}$

이때 $-\dfrac{1}{2}X-\dfrac{9}{2}Y=-20$ 즉, $X+9Y=40$을 만족시키는 자연수 해를 모두 구하면

$Y=1$일 때 $X=31$이므로 $m=31$, $n=1$

$Y=2$일 때 $X=22$이므로 $m=22$, $n=2$

$Y=3$일 때 $X=13$이므로 $m=13$, $n=3$

$Y=4$일 때 $X=4$이므로 $m=4$, $n=4$

따라서 mn이 될 수 있는 모든 수의 합은

$31\times1+22\times2+13\times3+4\times4$

$=31+44+39+16=130$

21. $0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=1.\dot{1}$에서

$\dfrac{10a+b}{99}+\dfrac{10b+a}{99}=1+\dfrac{1}{9}$,

$\dfrac{11a+11b}{99}=\dfrac{10}{9}$, $a+b=10$

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 다음과 같다.

$(1, 9)$, $(2, 8)$, $(3, 7)$, $(4, 6)$, $(6, 4)$, $(7, 3)$, $(8, 2)$, $(9, 1)$

(i) ab가 홀수인 순서쌍은 $(1, 9)$, $(3, 7)$, $(7, 3)$, $(9, 1)$이다.

(가)로부터 점 $(-1, 9)$, $(-3, 7)$을 제2사분면에 나타낸다.

$\therefore B=(-1)\times(-3)=3$

(나)로부터 점 $(-7, -3)$, $(-9, -1)$을 제3사분면에 나타낸다.

$\therefore C=(-7)\times(-9)=63$

(ii) ab가 짝수인 순서쌍은 $(2, 8)$, $(4, 6)$, $(6, 4)$, $(8, 2)$이다.

(다)로부터 $(2, -8)$, $(4, -6)$을 제4사분면에 나타낸다.

$\therefore D=2\times4=8$

(라)로부터 $(6, 4)$, $(8, 2)$를 제1사분면에 나타낸다.

$\therefore A=6\times8=48$

따라서 $A+B+C-D=48+3+63-8=106$

22. $\left(\dfrac{x^{10}}{y^3}\right)^3\times\left(\dfrac{2y^5}{3x^4}\right)^5\div\left(\dfrac{8y^2}{9x^3}\right)^2$

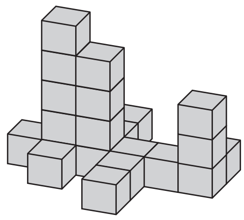
$=\dfrac{x^{30}}{y^9}\times\dfrac{2^5y^{25}}{3^5x^{20}}\times\dfrac{3^4x^6}{2^6y^4}$

$=\dfrac{1}{2\times3}\times x^{30+6-20}\times y^{25-9-4}$

$=\dfrac{1}{6}x^{16}y^{12}$

$\therefore abc=\dfrac{1}{6}\times16\times12=32$

23.



위에서 본 모양에 쌓기나무의 개수를 써넣으면 오른쪽과 같다.

		1			
		1			1
1	5	4	1	1	3
	1		1		
			1		

즉, 주어진 입체도형을 만드는데 필요한 쌓기나무의 개수는 21개이다.

쌓기나무 한 개의 부피는

$2x\times(4x-3y)\times\dfrac{4}{3}y^3=\dfrac{8}{3}xy^3(4x-3y)$

이므로 쌓기나무 전체의 부피는

$21\times\dfrac{8}{3}xy^3(4x-3y)$

$=56xy^3(4x-3y)$

$=224x^2y^3-168xy^4$

즉, $a=224$, $b=2$, $c=168$, $d=4$이다.

$\therefore a+b+c+d=224+2+168+4=398$

24. 식품 A의 무게를 x g이라 하면 식품 B의 무게는 $(500-x)$ g이다.

(i) 두 식품을 합한 열량이 600 cal 이상이므로

$\dfrac{168}{100}x+\dfrac{118}{100}(500-x)\geq600$

$\dfrac{1}{2}x+590\geq600$, $x\geq20$

(ii) 두 식품을 합한 단백질이 49 g이상이므로

$\dfrac{8}{100}x+\dfrac{10}{100}(500-x)\geq49$

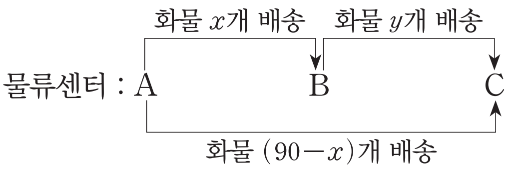
$-\dfrac{1}{50}x+50\geq 49$, $x\leq 50$

(i), (ii)에서 $20\leq x\leq 50$

$\therefore\ m+M=20+50=70$

25. 물류센터 A에서 90개의 화물을 싣고 출발하였으므로 A에서 B로 배송 완료한 화물의 개수를 x라고 하면, A에서 C로 배송 완료한 화물의 개수는 $(90-x)$이다.

또한 B에서 C로 배송 완료한 화물의 개수는 y이다.



물류센터 C에 배송 완료한 화물이 총 115개이므로

$y+(90-x)=115$, $-x+y=25$ ⋯ ㉠

배송비용이 총 170,700원이므로

$1000x+1500(90-x)+900y=170700$,

$-5x+9y=357$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=33$, $y=58$

$\therefore\ 2x+3y=2\times 33+3\times 58=240$

26. (나)에서 $\dfrac{q}{p}$의 순환마디의 길이가 4이므로

$\dfrac{q}{p}=\dfrac{\square}{9999}$로 놓을 수 있다.

(가)에서 $\dfrac{6666}{9999}<\dfrac{\square}{9999}<\dfrac{9999}{9999}$이므로

$6666<\square<9999$이다.

(다)에서 소숫점 아래 첫 번째 자리와 두 번째 자리의 합은 9, 소숫점 아래 두 번째 자리와 세 번째 자리의 합은 9, 소숫점 아래 세 번째 자리와 네 번째 자리의 합은 12, 소숫점 아래 네 번째 자리와 다섯 번째 자리의 합은 12, ⋯이므로 조건을 만족하는 순환마디는 7275, 8184, 9093이다.

조건을 만족하는 가장 작은 기약분수는 $\dfrac{7275}{9999}$,

가장 큰 기약분수는 $\dfrac{9093}{9999}$이므로

$\dfrac{7275}{9999}+\dfrac{9093}{9999}=\dfrac{16368}{9999}=1.\dot{6}36\dot{9}$

즉, $a=6$, $b=3$, $c=6$, $d=9$이므로

$a+b+c-d=6+3+6-9=6$

27. 규칙에 따라 n번 꺼낸 완두콩의 개수는 차례로 m, m, $2m$, 2^2m, 2^3m, $\cdots$, $2^{n-2}m$(단, $n\geq 2$)이다.

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{1+1}_{2}+2}_{2^2}+2^2}_{2^3}+2^3+\ \cdots\ +2^{n-2}}_{2^{n-1}}=2^{n-1}$$

이므로

$m+m+2m+2^2m+2^3m+\ \cdots\ +2^{n-2}m$

$=(1+1+2+2^2+2^3+\ \cdots\ +2^{n-2})m=2^{n-1}m$

이때 $2^{n-1}m+1=1409$에서

$1408=2\times 704=2^2\times 352=2^3\times 176$

$=2^4\times 88=2^5\times 44=2^6\times 22=2^7\times 11$

따라서 $m+n$의 최솟값은 $m=11$, $n=8$일 때 $11+8=19$이다.

28. 반구 모양의 홈을 한 개 파내면 밑면의 넓이는 $\pi\times 1^2=\pi$만큼 감소했다가 반지름의 길이가 1인 반구의 겉넓이 $\dfrac{1}{2}\times 4\pi\times 1^2=2\pi$만큼 증가하므로 총 π만큼 증가한다.

홈의 개수를 n이라 하자.

(원기둥의 겉넓이)

$=20^2\pi\times 2+40\pi\times 4=960\pi$

(홈의 개수가 n개인 입체의 겉넓이)$=960\pi+n\pi$

$960\pi+n\pi>\dfrac{5}{4}\times 960\pi=1200\pi$ $\quad\therefore\ n>240$

따라서 n의 최솟값은 241

29. $A=100a+10b+c$(단, $a\neq 0$이고, a, b, c는 음이 아닌 한 자리의 정수)라 하면

$B=1000a+100+10b+c$이다.

$1000a+100+10b+c=9(100a+10b+c)+720$

$1000a+100+10b+c=900a+90b+9c+720$

$100a=80b+8c+620$

좌변의 100, 우변의 80, 620이 모두 10의 배수이므로 $8c$도 10의 배수이어야 한다.

즉, $c=0$ 또는 $c=5$이다.

(i) $c=0$일때

$100a=80b+620$에서 좌변이 100의 배수이므로 우변도 100의 배수이어야 한다.

$b=1$인 경우 $100a=80+620=700$에서 $a=7$

$\therefore A=710$

$b=6$인 경우 $100a=480+620=1100$에서

a가 한 자리의 수가 아니므로 조건을 만족하지 않는다.

(ⅱ) $c=5$일때

$100a=80b+40+620$에서 좌변이 100의 배수이므로 우변도 100의 배수이어야 한다.

$b=3$인 경우 $100a=240+660=900$에서

$a=9$

$\therefore A=935$

$b=8$인 경우 $100a=640+660=1300$에서

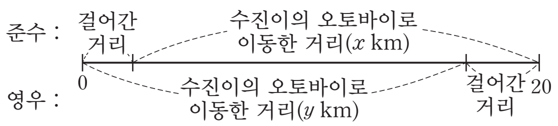
a가 한 자리의 수가 아니므로 조건을 만족하지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 모든 A의 합은

$S=710+935=1645$

$\therefore \frac{1}{5}S=\frac{1645}{5}=329$

30. 준수가 수진이의 오토바이를 타고 이동한 거리를 $x(\mathrm{km})$, 영우가 수진이의 오토바이를 타고 이동한 거리를 $y(\mathrm{km})$라고 하자.



(ⅰ) 준수는 시속 4 km로 걷다가 수진이와 오토바이를 타고 시속 60 km로 갔으므로 준수가 B까지 이동하는 데 걸린 시간은

$\frac{20-x}{4}+\frac{x}{60}$

영우는 수진이와 오토바이를 타고 시속 60 km로 가다가 시속 4 km로 걸어갔으므로 영우가 B까지 이동하는 데 걸린 시간은

$\frac{y}{60}+\frac{20-y}{4}$

이때, 영우가 준수보다 14분 늦게 도착하였으므로

$\left(\frac{20-x}{4}+\frac{x}{60}\right)+\frac{14}{60}=\frac{y}{60}+\frac{20-y}{4}$

$15(20-x)+x+14=y+15(20-y)$

$x-y=1 \cdots$ ㉠

(ⅱ) 수진이는 영우와 y km를 갔다가 $(x+y-20)$ km를 되돌아갔다가 준수와 x km를 갔으므로 총 $(2x+2y-20)$ km를 오토바이로 이동하였다.

이때 수진이가 B까지 이동하는 데 걸리는 시간은 준수가 걸린 시간과 같으므로

$\frac{2x+2y-20}{60}=\frac{20-x}{4}+\frac{x}{60}$

$2x+2y-20=15(20-x)+x$

$8x+y=160 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{161}{9}$, $y=\frac{152}{9}$

$\therefore 9x=161$