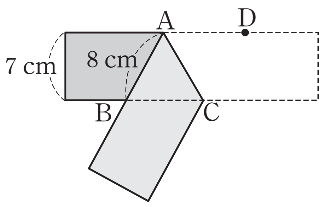
KMA 한국수학학력평가(하반기) 정답과 해설

중학교 2학년

1. 252	**2.** 28
3. 20	**4.** 36
5. 84	**6.** 2
7. 31	**8.** 4
9. 42	**10.** 2
11. 6	**12.** 420
13. 90	**14.** 14
15. 90	**16.** 3
17. 16	**18.** 30
19. 15	**20.** 772
21. 28	**22.** 25
23. 4	**24.** 9
25. 144	**26.** 10
27. 360	**28.** 24
29. 28	**30.** 60

1. 정오각형 ABCDE의 한 내각의 크기는
$\angle BAE = 108°$이다.
$\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABF = (180° - 108°) \div 2 = 36°$이다.
같은 방법으로 $\triangle BCA$도 이등변삼각형이므로
$\angle BAF = 36°$
$\therefore\ \angle AFJ = \angle ABF + \angle BAF$
$= 36° + 36° = 72°$
①□$=108$, ②□$=36$, ③□$=36$, ④□$=72$
이므로 $108+36+36+72=252$

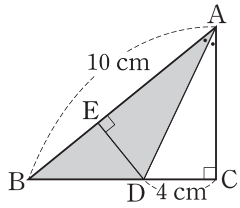
2.



$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DAC = \angle BCA$(엇각),
$\angle DAC = \angle BAC$($\because$ 접은 각)
따라서 $\angle BCA = \angle BAC$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{BC} = \overline{AB} = 8\text{cm}$

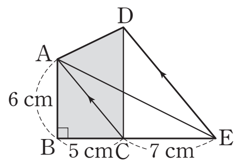
$\therefore\ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 7 = 28(\text{cm}^2)$

3. 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라고 하자.



$\triangle AED$와 $\triangle ACD$에서
$\angle AED = \angle ACD = 90°$,
$\angle EAD = \angle CAD$,
$\overline{AD}$는 공통이므로
$\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA 합동)
이므로 $\overline{ED} = \overline{CD} = 4\,\text{cm}$
$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20(\text{cm}^2)$

4. $\overline{AE}$를 그으면 $\triangle DAC$와 $\triangle EAC$에서

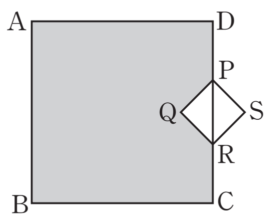


$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이고 밑변이 $\overline{AC}$로 같으므로
$\triangle DAC = \triangle EAC$
$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle DAC$
$= \triangle ABC + \triangle EAC$
$= \triangle ABE$
$= \frac{1}{2} \times (5+7) \times 6 = 36(\text{cm}^2)$

5. $\square ABCD$가 평행사변형이 되려면 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$이어야 하므로
$\angle ECD = \angle EFA = 48°$(엇각)
또 $\overline{DC} = \overline{AB} = \overline{DE}$에서 $\triangle DEC$는 이등변삼각형이므로 $\angle DEC = \angle DCE = 48°$
$\therefore\ \angle D = 180° - (48° + 48°) = 84°$
한편 $\angle B = \angle D$이어야 하므로 $\angle x = \angle D = 84°$

6. 1. 일반 사각형의 네 변에 중점을 이으면 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여 마주 보는 변의 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
2. 사다리꼴의 네 변의 중점을 이으면 평행사변형이다.
옳지 않은 내용은 2번이다.

7. 두 정사각형 ABCD, PQRS의 닮음비가 $4:1$이므로
넓이의 비는
$4^2 : 1^2 = 16 : 1$이다.



□PQRS의 넓이를 a라 하면

$\triangle PQR = \frac{1}{2}$□PQRS

□ABCD의 넓이는 $16a$이므로 색칠한 부분의 넓이는

$16a - \frac{1}{2}a = \frac{31}{2}a$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 △PQR의 넓이의 31배이다.

8. △ABC와 △ACD에서 $\angle ABC = \angle ACD$, $\angle A$는 공통이므로,

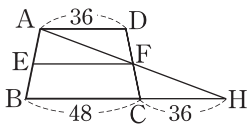
$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AD}$

$9 : 6 = 6 : \overline{AD}$

따라서 $\overline{AD} = 4$

9. 오른쪽 그림에서 새로 만든 다리를 $\overline{EF}$라 하고 $\overline{AF}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선이 만나는 점을 H라고 하자.



$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{CF}$, $\angle ADF = \angle HCF$, $\angle DFA = \angle CFH$

따라서 $\triangle AFD \equiv \triangle HFC$ (ASA 합동)이다.

$\therefore\ \overline{AD} = \overline{HC} = 36$

두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\therefore\ \overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BH} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{CH})$

$= \frac{1}{2}(48 + 36) = 42$

10. 주어진 삼각형과 합동인 삼각형은 ④,⑥이다.

11. $\overline{BF}^2 = \overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 = 3^2 + 3^2 = 18$

$\overline{BG}^2 = \overline{BE}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{EF}^2 = 18 + 3^2 = 27$

$\overline{BJ}^2 = \overline{BH}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{HG}^2 = 27 + 3^2 = 36$

이므로 $\overline{BJ} = 6$ ($\because\ \overline{BJ} > 0$)

12. $\triangle GEC \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)이고 닮음비는 $1:2$이므로 넓이비는 $1:4$이다.

$(\triangle ABC$의 높이$)^2 = 26^2 - 10^2 = 24^2$

$(\triangle ABC$의 높이$) = 24$

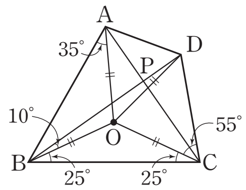
(다각형 ABFDG의 넓이)

$= 2 \times \triangle ABC - \triangle GEC$

$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 20 \times 24\right) - \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times 20 \times 24\right)$

$= 420$

13. 학교를 A, 서점을 B, 도서관을 C, 마트를 D라고 할 때, 점 O는 △ABC, △DBC의 외심이다.



△ABC에서

$\angle OAB = 35°$,

$\angle OCA = 90° - (35° + 25°) = 30°$

같은 방법으로 △DBC에서

$\angle OBD = 90° - (55° + 25°) = 10°$

$\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 하면

△ABP에서

$\angle APD = \angle ABP + \angle BAP$

$= (35° - 10°) + (35° + 30°)$

$= 90°$

이므로 새롭게 생기는 두 직선도로가 이루는 각의 크기는 90°이다.

14. △ABC의 외접원 O의 반지름의 길이는 5이다.

△ABC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 $\overline{BC} = 8$

△ABC의 내접원 I의 반지름의 길이를 r라 하면

$\frac{1}{2} \times r \times (6 + 8 + 10) = \frac{1}{2} \times 6 \times 8$

$\therefore\ r = 2$

△ABC의 외접원 O의 둘레의 길이는 10π, 내접원 I의 둘레의 길이는 4π이므로 두 원의 둘레의 길이의 합은 $10\pi + 4\pi = 14\pi$이다.

$\therefore\ a = 14$

15. △ABH와 △DEH에서

$\angle ABH = \angle DEH$ (엇각), $\overline{AB} = \overline{DE}$,

$\angle BAH = \angle EDH$ (엇각)이므로

$\triangle ABH \equiv \triangle DEH$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AH} = \overline{DH}$

$\overline{BC} = 2\overline{AB}$에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$이므로

$\overline{AH} = \overline{AB}$, 같은 방법으로 $\overline{BG} = \overline{AB}$

즉, $\overline{AH} /\!/ \overline{BG}$, $\overline{AH} = \overline{BG}$이므로 □ABGH는 평행사변형이다.

이때 $\overline{AB} = \overline{AH}$이므로 □ABGH는 마름모이다.

마름모의 두 대각선은 직교하므로

$\angle HOG = 90°$

따라서 △EOF에서

$\angle OEF + \angle OFE = 180° - \angle FOE$

$= 180° - 90° = 90°$

16. 점 P가 평행사변형 ABCD의 내부의 한 점이므로 $\triangle APD+\triangle BPC=\frac{1}{2}\square ABCD$

$18+\triangle BPC=\frac{1}{2}\times 60$

$\therefore\ \triangle BPC=12$

$\overline{BQ}$를 그으면 $\triangle BQC=30$

$\triangle BQP=\triangle BQC-\triangle BPC=30-12=18$

$\triangle BPC : \triangle BQP=12 : 18=2 : 3$

따라서 $\overline{CP} : \overline{PQ}=2 : 3$이므로 $n=3$이다.

17. $\triangle BED$와 $\triangle CFE$에서

$\angle B=\angle C=60^\circ$ ⋯ ㉠

$\angle DEC=\angle B+\angle BDE=60^\circ+\angle BDE$,

$\angle DEC=\angle DEF+\angle CEF=60^\circ+\angle CEF$이므로

$\angle BDE=\angle CEF$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle BED\backsim\triangle CFE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BD} : \overline{CE}=\overline{BE} : \overline{CF}$

$\overline{BD} : (30-6)=6 : 9$

$\therefore\ \overline{BD}=16$

18. $\triangle DEF\backsim\triangle ABC$이고 닮음비는 $1 : 2$이므로

$\triangle DEF$의 둘레의 길이는 $\frac{1}{2}\times 36=18(\text{cm})$

$\triangle DEF\backsim\triangle PQR$이고 닮음비는 $3 : 2$이므로

$\triangle PQR$의 둘레의 길이는 $\frac{2}{3}\times 18=12(\text{cm})$

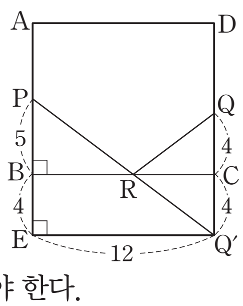
$\therefore$ (색칠된 부분의 둘레)

$=$($\triangle DEF$의 둘레의 길이)

$+$($\triangle PQR$의 둘레의 길이)

$=30(\text{cm})$

19. 오른쪽 그림과 같이 점 Q를 $\overline{BC}$에 대하여 대칭이동한 점을 Q′라고 하면



$\overline{PR}+\overline{QR}=\overline{PR}+\overline{Q'R}$

이고 $\overline{PR}+\overline{Q'R}$의 길이가 최소가 되려면 세 점 P, R, Q′이 일직선 위에 있어야 한다.

그러므로 $\triangle PEQ'$에서 $\overline{PE}^2+\overline{EQ'}^2=\overline{PQ'}^2$

$(5+4)^2+12^2=15^2$

이므로 최단거리는 15가 된다.

20. $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}^2=40^2+30^2=50^2$

이때 $\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=50$

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AP}$이므로

$30\times 40=50\times\overline{AP}$ $\quad\therefore\ \overline{AP}=24$

$\triangle ABP$에서 $\overline{BP}^2=30^2-24^2=18^2$

이때 $\overline{BP}>0$이므로 $\overline{BP}=18$

$\therefore\ \overline{DP}=\overline{BD}-\overline{BP}=50-18=32$

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

이므로 $24^2+\overline{CP}^2=18^2+32^2$

$\therefore\ \overline{CP}^2=772$

21. $\triangle QAD=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6(\text{cm}^2)$

점 Q가 $\triangle ABC$의 외심일 때

$\triangle QAD\equiv\triangle QBD$, $\triangle QBE\equiv\triangle QCE$,

$\triangle QCF\equiv\triangle QAF$ (SAS 합동)이므로

$\triangle QAD+\triangle QCE+\triangle QCF$

$=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 40=20(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \square QECF=\triangle QCE+\triangle QCF$

$=20-\triangle QAD$

$=20-6=14(\text{cm}^2)$

점 Q가 $\triangle ABC$의 내심일 때

$\triangle QAD\equiv\triangle QAF$, $\triangle QBD\equiv\triangle QBE$,

$\triangle QCE\equiv\triangle QCF$ (RHA 합동)이므로

$\triangle QAD+\triangle QBE+\triangle QCF$

$=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 40=20(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle QBC=\triangle QBE+\triangle QCE$

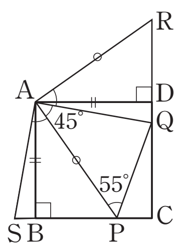
$=\triangle QBE+\triangle QCF$

$=20-\triangle QAD$

$=20-6=14(\text{cm}^2)$

$\therefore\ a+b=14+14=28$

22. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PB}$, $\overline{QD}$의 연장선에



$\angle DAR=\angle BAP$,

$\angle SAB=\angle QAD$가 되도록 삼각형을 만들면

$\triangle APQ\equiv\triangle ARQ\equiv\triangle APS$

$\angle AQP=\angle AQD=180^\circ-45^\circ-55^\circ=80^\circ$

$\angle APB=\angle APQ=55^\circ$

따라서

$\angle AQD-\angle APB=80^\circ-55^\circ=25^\circ$

23. A : $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle ADE=\triangle BDE$,

$\overline{AF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle BDE=\triangle BFD-\triangle EFD$

$=\triangle CFD-\triangle EFD=\triangle CEF$

따라서 $\triangle ADE=\triangle CEF$

B : $\triangle ABE=\frac{1}{2}\square ABCD$,

$\triangle CBF=\triangle CBD=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\triangle ABE=\triangle CBF$

C : $\triangle DEF:\triangle CEB$

$=\overline{DE}^2:\overline{CE}^2=\triangle ADE^2:\triangle BEC^2$

이므로 옳지 않다.

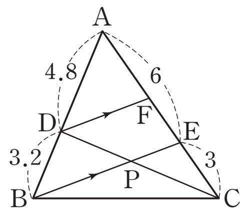
D : $\overline{AD}:\overline{DF}=\overline{CB}:\overline{DF}=\overline{BE}:\overline{FE}$

E : $\overline{BE}:\overline{FE}=\overline{DE}:\overline{CE}$

$=\triangle ADE:\triangle BCE$

옳게 말한 학생은 A, B, D, E으로 4명이다.

24. 점 D를 지나고 $\overline{BE}$에 평행한 평행선을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 F라 하자.



$\overline{AF}:\overline{FE}=4.8:3.2$

$=3:2$,

$\overline{FE}=6\times\frac{2}{5}=\frac{12}{5}$

$\triangle CFD$에서

$\overline{CP}:\overline{PD}=3:\frac{12}{5}=15:12=5:4$

따라서 $m+n$의 최솟값은 $5+4=9$

25. $\overline{BN}/\!/\overline{AD}$이므로

$\angle ANC=\angle DAN=\angle MAN$

$\triangle AMN$은 이등변삼각형이고 $\triangle ABM$에서

$\overline{AM}^2=\overline{AB}^2+\overline{BM}^2=16^2+12^2=400$

$\therefore \overline{AM}=20(\because \overline{AM}>0)$

$\overline{AM}=\overline{MN}=20$, $\overline{MC}=12$ $\quad\therefore \overline{NC}=8$

$\triangle AED\backsim\triangle NEC$이고,

$\overline{ED}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{NC}=24:8=3:1$이므로

$\overline{EC}=16\times\frac{1}{4}=4$

$\therefore \triangle CNE=\frac{1}{2}\times8\times4=16$

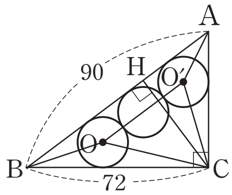
$\therefore \square AMCE=\triangle AMN-\triangle CNE$

$=\frac{1}{2}\times(12+8)\times16-16$

$=160-16=144$

26. $\overline{BD}=90$, $\overline{BC}=72$이므로 피타고라스 정리에 의해 $\overline{CA}=54$

점 O, O′은 각각 원의 중심이고, 한 원의 반지름의 길이를 r라 하자.



$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times72r=36r$

$\triangle O'CA=\frac{1}{2}\times54\times r=27r$

$\square ABOO'=\frac{1}{2}\times(4r+90)\times r=2r^2+45r$

꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=\frac{72\times54}{90}=\frac{216}{5}$

$\triangle COO'=\frac{1}{2}\times4r\times\left(\frac{216}{5}-r\right)$

$=\frac{2r\times216}{5}-2r^2$

($\triangle ABC$의 넓이)

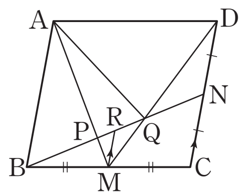
$=36r+27r+2r^2+45r+\frac{2r\times216}{5}-2r^2$

$=\frac{1}{2}\times72\times54$

에서 $972r=36\times54\times5$

$\therefore r=10$

27. 점 M을 지나고 $\overline{CN}$과 평행한 선을 그어 $\overline{PQ}$와 만나는 점을 R라고 하면



$\triangle BCN$에서

$\overline{MR}=\frac{1}{2}\overline{CN}$

$\triangle QRM\backsim\triangle QND$ (AA 닮음)이고

닮음비는 $1:2$

$\triangle AMQ=\frac{1}{3}\triangle AMD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

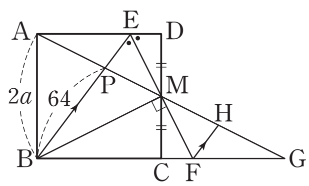
$\triangle PAB\backsim\triangle PMR$ (AA 닮음)이고

닮음비는 $4:1$

$\triangle AMQ=5\triangle PMQ=60$

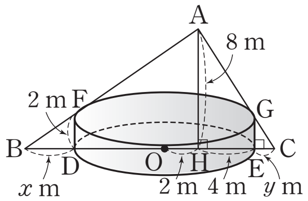
$\square ABCD=6\times60=360$

28. $\overline{AB}=2a$라 하고, $\overline{BC}$의 연장선과 $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{EM}$의 교점을 각각 G, F라 하자.



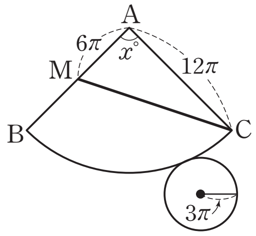
$\triangle EDM \equiv \triangle FCM$ (ASA 합동)이고,
$\angle BEF = \angle BFE$이다. 즉,
$\triangle BEF$는 이등변삼각형이다.
점 M은 이등변삼각형의 밑변의 중점이므로
$\angle EMB = \angle FMB = 90^\circ$
$\triangle BMF$에서 $\overline{MC}^2 = \overline{BC} \times \overline{CF}$이므로
$a^2 = 2a \times \overline{CF}$, $\overline{CF} = \dfrac{a}{2}$
$\triangle ADM \equiv \triangle GCM$ (ASA 합동)이므로
$\overline{GC} = \overline{AD} = 2a$, $\overline{FG} = 2a - \dfrac{a}{2} = \dfrac{3a}{2}$
점 F에서 $\overline{BE}$와 평행한 직선을 그었을 때 $\overline{AG}$와의 교점을 H라고 하면
$\triangle GFH \backsim \triangle GBP$ (AA 닮음)
$\overline{FH} : \overline{BP} = \overline{GF} : \overline{GB} = \dfrac{3a}{2} : 4a = 3 : 8$
$\triangle MEP \equiv \triangle MFH$에서 $\overline{PE} = \overline{FH}$이므로
$64 : \overline{PE} = 8 : 3 \qquad \therefore \overline{PE} = 24$

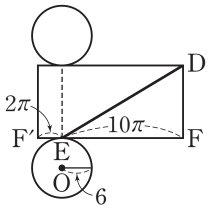
29.



위 그림에서 조명의 위치를 점 A라 하고, 조명에 의해 생기는 그림자의 지름을 $\overline{BC}$라 하자. 또한,
$\overline{BD} = x$ m, $\overline{EC} = y$ m라 하면
$\triangle ABH \backsim \triangle FBD$ (AA 닮음)이므로
$8 : 2 = (x+6+2) : x$
$6x = 16 \qquad \therefore x = \dfrac{8}{3}$
$\triangle AHC \backsim \triangle GEC$ (AA 닮음)이므로
$8 : 2 = (4+y) : y$
$6y = 8 \qquad \therefore y = \dfrac{4}{3}$
이때 $\overline{BC} = \dfrac{8}{3} + 6 \times 2 + \dfrac{4}{3} = 16$(m)
$\overline{BC}$를 지름으로 하는 원의 넓이는
$\pi \times \left(\dfrac{1}{2} \times 16\right)^2 = 64\pi$(m^2),
(서커스 공연장의 넓이)$= \pi \times 6^2 = 36\pi$(m^2)
(벽의 그림자의 넓이)$= 64\pi - 36\pi = 28\pi$(m^2)
$\therefore a = 28$

30. 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면
$2\pi \times 12\pi \times \dfrac{x}{360} = 2\pi \times 3\pi$이므로
$x = 90$
$\triangle AMC$는 직각삼각형이므로
$\overline{CM}^2 = (6\pi)^2 + (12\pi)^2 = 180\pi^2$





원기둥의 전개도에서
$\overline{DE}^2 = 180\pi^2 = 80\pi^2 + \overline{EF}^2$
$\overline{EF} = 10\pi$, $\overline{EF'} = \overline{FF'} - \overline{EF} = 12\pi - 10\pi = 2\pi$
부채꼴의 중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로
$\dfrac{2\pi}{12\pi} = \dfrac{\angle EOF}{360^\circ}$이므로 $\angle EOF = 60^\circ$