KMA 한국수학학력평가(상반기) 정답과 해설

중학교 2학년

1.	101	**2.**	9
3.	8	**4.**	11
5.	1	**6.**	12
7.	15	**8.**	4
9.	6	**10.**	71
11.	4	**12.**	23
13.	243	**14.**	16
15.	37	**16.**	46
17.	3	**18.**	23
19.	30	**20.**	150
21.	819	**22.**	33
23.	130	**24.**	600
25.	71	**26.**	27
27.	113	**28.**	56
29.	11	**30.**	3

1. $0.\dot{3}0\dot{3}=\frac{303}{999}=3\times\frac{101}{999}$이므로

$\square=\frac{101}{999}$이다.

따라서 $\frac{101}{999}=0.\dot{1}0\dot{1}$이므로 순환마디는 101이다.

2. 일차방정식 $18x=a$의 해는

$x=\frac{a}{18}=\frac{a}{2\times3^2}$이므로

해가 유한소수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a의 값은 9이다.

3. $a=-1$, $b=2$이므로

$(-ab^2)^3\times(a^2)^2\div a^4b^3$

$=-a^3b^6\times a^4\div a^4b^3$

$=-a^3b^3=-(-1)^3\times2^3$

$=8$이다.

4. 대장균이 1시간마다 분열하여 그 수가 2배씩 증가하므로

1시간 후 대장균의 수는 2×8

2시간 후 대장균의 수는 $2^2\times8$

⋮

8시간 후 대장균의 수는 $2^8\times8=2^8\times2^3=2^{11}$이다.

따라서 $A=11$이다.

5. $(2x^3y-x^2y^2)\div Ax^By=4x-2y$

$2x^3y-x^2y^2=Ax^By\times(4x-2y)$

$=4Ax^{B+1}y-2Ax^By^2$

이므로 $A=\frac{1}{2}$, $B=2$이다.

따라서 $AB=1$이다.

6. $2x^2-\{-(3-x^2)+2(7-x)\}-5x+3$

$=2x^2+(3-x^2)-2(7-x)-5x+3$

$=2x^2+3-x^2-14+2x-5x+3$

$=x^2-3x-8$

이므로 $A=1$, $B=-3$, $C=-8$이다.

따라서 $|A|+|B|+|C|=12$이다.

7. 일차부등식 $\frac{x-3}{5}\geq0.5x-A$의 양변에 10을 곱하면

$2x-6\geq5x-10A$

$3x\leq10A-6$

$\therefore\ x\leq\frac{10A-6}{3}$

$\frac{10A-6}{3}=3$이 되어 $10A=15$이다.

8. 집에서 x km 떨어진 곳까지 다녀온다고 하면

$\frac{x}{4}+\frac{1}{6}+\frac{x}{3}\leq\frac{5}{2}$이다.

양변에 12를 곱하면 $3x+2+4x\leq30$ $\therefore\ x\leq4$

따라서 집에서 최대 4 km 떨어진 곳까지 다녀올 수 있다.

9. $x+y=3$의 해는 $(-1, 4)$,

$4x-y=2$의 해는 $(1, 2)$,

$3x+2y=18$의 해는 $(2, 6)$,

$3x-4y=0$의 해는 $(4, 3)$이다.

즉, 출발 → 1번 칸 → 4번 칸 → 3번 칸 → 6번 칸 순서로 말을 움직인다.

그런데 $(4, 3)$, $(3, 5)$는 $-x+y=-2$의 해가 아니므로 6번 칸에서 게임이 끝난다.

10. 방의 개수를 x개, 학생 수를 y명이라고 하면,
한 방에 7명씩 배정하면 학생이 7명 남으므로
$7x=y-7$ … ①
한 방에 9명씩 배정하면 방이 1개 남으므로
$y=9(x-1)$ … ②이다.
②를 ①에 대입하면 $7x=9(x-1)-7$
$2x=16 \quad \therefore x=8$
$x=8$을 ②에 대입하면 $y=63$
따라서 방의 개수와 학생 수의 합은 71이다.

11. 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5인 분수는
$\frac{3}{8}, \frac{27}{3^2\times5}, \frac{7}{16}, \frac{21}{3\times5^2\times7}, \frac{63}{105}, -\frac{1}{2^2\times5}, \frac{3}{40}, \frac{121}{2\times11}, -\frac{17}{8}$이다.
따라서 이 칸을 색칠했을 때 나타나는 한 자리 자연수는 4이다.

12. 자연수 n에 대하여 '나'를 $\frac{n}{24}$이라 하면
$\frac{1}{8}<\frac{n}{24}<12 \Rightarrow \frac{3}{24}<\frac{n}{24}<\frac{12}{24}$이므로
$n=4, 5, \cdots, 11$이다.
$24=2^3\times3$이므로 $\frac{n}{24}$을 순환소수로 나타낼 수 있게 하는 $n=4, 5, 7, 8, 10, 11$이고,
$\frac{n}{24}$이 기약분수이므로 $n=5, 7, 11$이다.
따라서 '나'의 분자가 될 수 있는 모든 자연수의 합은 23이다.

13. 1단계에서 메일을 받은 사람 수는 3명,
2단계에서 메일을 받은 사람 수는 $3\times3=3^2$
3단계에서 메일을 받은 사람 수는 $3^2\times3=3^3$
⋮
7단계에서 메일을 받은 사람 수는 3^7이다.
따라서 7단계에서 메일을 받은 사람 수는 2단계에서 메일을 받은 사람 수의
$3^7\div3^2=3^5=243$(배)이다.

14. $V_1=\frac{1}{3}\pi\times(4xy^2)^2\times5xy=\frac{80x^3y^5}{3}\pi$이고,
$V_2=\frac{1}{3}\pi\times(5xy)^2\times4xy^2=\frac{100x^3y^4}{3}\pi$이므로
$V_1\div V_2=V_1\times\frac{1}{V_2}=\frac{4}{5}y$이다.
따라서 $M=\frac{4}{5}$이므로 $20M=16$이다.

15. 마주 보는 두 면에 적힌 다항식이
$(-3x^2y^2+9xy^3)\div\frac{9}{2}xy^2=-\frac{2}{3}x+2y$,
$(-4xy+6y^2)\div3y=-\frac{4}{3}x+2y$이므로
그 합은 $-2x+4y$이다.
또 다른 마주 보는 두 면에 적힌 다항식의 합은
$(Axy+Bx+Cy)+(6xy-2x+3y)$
$=(A+6)xy+(B-2)x+(C+3)y$
$=-2x+4y$이므로
$A=-6, B=0, C=1$이다.
따라서 $A^2+B^2+C^2=37$이다.

16. 수학 시험에서 총점은
$\left(a\times\frac{2}{3}N\right)+(b\times N)+\frac{a}{2}\times\frac{N}{2}$
$=\frac{11}{12}aN+bN$이고,
전체 학생 수는 $\frac{2}{3}N+N+\frac{N}{2}=\frac{13}{6}N$이다.
그러므로 수학 점수의 평균은
$\left(\frac{11}{12}aN+bN\right)\div\frac{13}{6}N$
$=\left(\frac{11}{12}aN+bN\right)\times\frac{6}{13N}=\frac{11}{26}a+\frac{6}{13}b$이다.
따라서 $52(X+Y)=52\left(\frac{11}{26}+\frac{6}{13}\right)=46$이다.

17. ㉠ $a<b$이므로 $\frac{a}{b}<\frac{b}{b}(\because b>0) \Rightarrow \frac{a}{b}<1$이다.
㉡ $a<b$이므로 $\frac{a}{a}>\frac{b}{a}(\because a<0) \Rightarrow \frac{b}{a}<1$이다.
㉢ $a<b$이므로 $a^2>ab(\because a<0) \Rightarrow a^2-ab>0$이다.
㉣ $a=-2, b=3$이면, $a^2+ab=4-6=-2<0$이다.
㉤ $a<b$이므로 $\frac{-2a}{3}>\frac{-2b}{3}$
$\Rightarrow \frac{-2a-1}{3}>\frac{-2b-1}{3}$이다.
㉥ $a<b$이므로 $\frac{a}{4}<\frac{b}{4} \Rightarrow \frac{a-4}{4}<\frac{b-4}{4}$이다.
따라서 항상 성립하는 부등식은 ㉢, ㉤, ㉥의 3개이다.

18. 3일 동안 버스 이용 횟수를 x라 하면,
일반 교통 카드로 계산한 버스비는
$800+\left(900x\times\frac{80}{100}\right)=720x+800$(원)이고,
원데이 교통 카드로 계산한 버스비는
$5700\times3=17100$(원)이다.
원데이 교통 카드를 이용하는 것이 더 이익이려면 더 저렴해야 하므로
$720x+800>17100 \quad \therefore x>22.63\dot{8}$
따라서 최소 23회 이상 버스를 타야 원데이 교통 카드를 이용하는 것이 더 이익이다.

19. 연립방정식의 해가 (a, b)이므로
$\begin{cases} a+2b=M & \cdots ① \\ 6a-5b=-160 & \cdots ② \end{cases}$이다.
$a+b=10 \cdots ③$이므로
②, ③을 연립하여 풀면 $a=-10$, $b=20$이다.
$a=-10$, $b=20$을 ①에 대입하면, $M=30$이다.

20. 딸기 시럽과 우유의 비가 2 : 1인 딸기 우유 C를 450 mL 만들 때 필요한 딸기 우유 A, B의 양이 각각 X mL, Y mL이므로

$$\begin{cases} \frac{3}{4}X+\frac{1}{2}Y=\frac{2}{3}\times450 \\ \frac{1}{4}X+\frac{1}{2}Y=\frac{1}{3}\times450 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3X+2Y=1200 \\ X+2Y=600 \end{cases}$$

$\Rightarrow X=300$, $Y=150$이다.
따라서 $X-Y=150$이다.

21. $0.\dot{8}1\dot{0}=\frac{810}{999}=\frac{90}{111}$이고,
$1+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\cdots$
$=1+0.01+0.001+0.0001+\cdots$
$=1.0\dot{1}=\frac{101-10}{90}=\frac{91}{90}$이므로
$0.\dot{8}1\dot{0}\times\left(1+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\cdots\right)$
$=\frac{90}{111}\times\frac{91}{90}=\frac{91}{111}=\frac{819}{999}=0.\dot{8}1\dot{9}$이다.
따라서 순환마디는 819이다.

22. $8^3(0.8^2+0.8^2+0.8^2)=(2^3)^3\times3\times(0.8)^2$
$=2^9\times3\times\frac{4}{5}$
$=\frac{2^{13}\times3}{5^2}$이고,
$125(5^8+5^8+5^8)=5^3\times3\times5^8$
$=3\times5^{11}$이므로
$8^3(0.8^2+0.8^2+0.8^2)\times125(5^8+5^8+5^8)$
$=2^{13}\times3^2\times5^9$이다.
$4(0.4^3+0.4^3+0.4^3)=2^2\times3\times0.4^3$
$=2^2\times3\times\left(\frac{2}{5}\right)^2$
$=\frac{2^5\times3}{5^3}$이므로
$$\frac{8^3(0.8^2+0.8^2+0.8^2)\times125(5^8+5^8+5^8)}{4(0.4^3+0.4^3+0.4^3)}$$
$=2^{13}\times3^2\times5^9\times\frac{5^3}{2^5\times3}$
$=2^8\times3\times5^{12}=3\times5^4\times(2\times5)^8$
$=1875\times10^8$이다.
따라서 1875×10^8는 12자리 자연수이고, 각 자리 숫자들의 합은 21이므로 $n+x=33$이다.

23. $-3(A\diamond B)+(A\blacklozenge B)$
$=-3(3A-B)+(5A+B)=-4A+4B$
$A=0.0\dot{5}x-y=\frac{5}{90}x-y=\frac{1}{18}x-y$,
$B=3x-0.\dot{3}y=3x-\frac{3}{9}y=3x-\frac{1}{3}y$이므로
$-3(A\diamond B)+(A\blacklozenge B)$
$=-4\left(\frac{1}{18}x-y\right)+4\left(3x-\frac{1}{3}y\right)$
$=\left(-\frac{2}{9}+1\right)x+\left(4-\frac{4}{3}\right)y$
$=\frac{106}{9}x+\frac{8}{3}y$이다.
따라서 $9(p+q)=9\left(\frac{106}{9}+\frac{8}{3}\right)=130$이다.

24. 수영 속력은 분속 60 m이므로
1.8 km=1800 m를 수영하는데 30분이 걸린다.
마라톤 속력은 시속 9 km이므로 분속 150 m가 되어 12 km=12000 m를 마라톤 하는 데 80분이 걸린다.
수영과 마라톤을 하는 데 110분이 걸리므로 태현이가 3시간 이내에 세 종목을 완주하려면 사이클을 70분 이하로 끝내야 한다.
태현이가 사이클 타는 속력을 분속 x m라고 하면,
42 km=42000 m를 70분 이하로 완주해야 하므로 $42000\le70x$
$\therefore x\ge600$

따라서 태현이는 사이클을 최소 분속 600 m 이상으로 타야 한다.

25. $A, B, C, \cdots, N$ 중에서 -1의 개수를 x, 0의 개수를 y, 3의 개수를 z라 하자.

$A+B+C+\cdots N=-1$이므로

$(-1\times x)+(0\times y)+(3\times z)=-1$

$-x+3z=-1$ … ①이다.

$A^2+B^2+C^2+\cdots+N^2=37$이므로

$\{(-1)^2\times x\}+(0^2\times y)+(3^2\times z)=37$

$x+9z=37$ … ②이다.

①, ②를 연립하여 연립방정식

$\begin{cases}-x+3z=-1\\ x+9z=37\end{cases}$을 풀면, $x=10$, $z=3$이다.

따라서 $A^3+B^3+C^3+\cdots+N^3$

$=\{(-1)^3\times 10\}+(0^2\times y)+(3^3\times 3)$

$=71$이다.

26. $P_0(-2, -1)$에서 오른쪽으로 x_1만큼, 위쪽으로 y_1만큼 이동하여 점 $P_1(3, 2)$으로 갔으므로

$x_1=3-(-2)=5$, $y_1=2-(-1)=3$이다.

P_1에서 오른쪽으로 $x_2=\frac{1}{10}x_1=\frac{5}{10}$만큼,

위쪽으로 $y_2=\frac{1}{10}y_1=\frac{3}{10}$만큼

이동하였으므로 $P_2\left(3+\frac{5}{10}, 2+\frac{3}{10}\right)$이다.

P_2에서 오른쪽으로 $x_3=\frac{1}{10}x_2=\frac{5}{100}$만큼,

위쪽으로 $y_3=\frac{1}{10}y_2=\frac{3}{100}$만큼 이동하였으므로

$P_3\left(3+\frac{5}{10}+\frac{5}{100}, 2+\frac{3}{10}+\frac{3}{100}\right)$이다.

P_3에서 오른쪽으로 $x_4=\frac{1}{10}x_3=\frac{5}{1000}$만큼,

위쪽으로 $y_4=\frac{1}{10}y_3=\frac{3}{1000}$만큼 이동하였으므로

$P_4\left(3+\frac{5}{10}+\frac{5}{100}+\frac{5}{1000}, 2+\frac{3}{10}+\frac{3}{100}+\frac{3}{1000}\right)$

이다.

점 P_n이 규칙을 따라 끝없이 움직이면 가까워지는 점의 좌표는

$=(3+0.5+0.05+0.005+\cdots, 2+0.3+0.03+0.003+\cdots)$

$=(3.\dot{5}, 2.\dot{3})=\left(\frac{32}{9}, \frac{7}{3}\right)$이다.

따라서 $(b-a)+(d-c)=27$이다.

27. 통 밑면의 반지름의 길이를 r라 하면, 구슬의 반지름의 길이는 $\frac{1}{3}\times 2r=\frac{2}{3}r$이다.

통에 구슬이 잠길 만큼 물을 담고 구슬을 넣었을 때, 높아진 물의 높이를 h라 하자.

높아진 물의 부피는 구슬의 부피와 같다.

(높아진 물의 부피)$=\pi r^2h$

(구슬의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{2}{3}r\right)^3=\pi r^2\times\frac{2^2}{3}\times\frac{2^3}{3^3}$

$=\pi r^3\times\frac{2^5}{3^4}$이다.

$\pi r^2h=\pi r^3\times\frac{2^5}{3^4}$에서 $h=\frac{2^5}{3^4}r=\frac{32}{81}r$이다.

따라서 $a+b=113$이다.

28. 인형의 개수를 x개라 하면 열쇠고리의 개수는 $(28-x)$개이므로

$x<28-x$에서 $x<14$

$\therefore 0<x<14$($\because$ x는 자연수)

열쇠고리 한 개의 값을 y달러라 하면 인형 한 개의 값은 $(y+4)$달러이므로

$x(y+4)+(28-x)y=140$

$xy+4x+28y-xy=140$

$x+7y=35$

$\therefore x=7(5-y)$

x는 7의 배수이고 $0<x<14$이므로 $x=7$

$x=7$을 $x=7(5-y)$에 대입하면 $y=4$

따라서 승연이가 산 인형은 7개이고, 한 개의 값은 8달러이므로 전체 금액은 $7\times 8=56$(달러)이다.

29. 연립방정식 $\begin{cases}ax-by=5 & \cdots ①\\ 2ax-3y=4 & \cdots ②\end{cases}$에서

①$\times 2-$②를 계산하면 $(3-2b)y=6$

$\therefore y=\frac{6}{3-2b}$

$y=\frac{6}{3-2b}$은 자연수이므로 $3-2b$는 6의 약수 1, 2, 3, 6이 될 수 있다.

(i) $3-2b=1$이면 $b=1$이고 $y=6$이다.

이를 ①에 대입하면, $x=\frac{11}{a}$이므로

$a=1$, 11($\because$ x는 자연수)이다.
그러므로 $(a, b)=(1, 1)$, $(11, 1)$이다.

(ii) $3-2b=2$이면, $b=\frac{1}{2}$이므로 정수가 아니다.

(iii) $3-2b=3$이면, $b=0$이고 $y=2$이다.

이를 ①에 대입하면, $x=\frac{5}{a}$이므로

$a=1$, 5($\because$ x는 자연수)이다.
그러므로 $(a, b)=(1, 0)$, $(5, 0)$이다.

(iv) $3-2b=6$이면, $b=-\frac{3}{2}$이므로 정수가 아니다.

따라서 $a+b$의 최댓값은 $11+1=12$이고,
최솟값은 $1+0=1$이므로 그 차는 11이다.

30. 인터넷 강의를 함께 듣기로 했던 처음 동아리 학생 수를 x명, 그때의 1인당 비용을 y원이라고 하자.
3명의 학생이 강의를 함께 못 듣게 되었을 때, 남은 학생 $(x-3)$명이 내야 하는 돈이 4000원씩 많아졌고, 그 비용이 $3y$원이므로
$(x-3)\times 4000=3y$ … ① 이다.
추가로 2명의 학생이 더 강의를 못 듣게 되었을 때, 남은 학생 $(x-5)$명이 내야 하는 돈이 처음보다 10000원씩 많아졌고, 그 비용이 $5y$원이므로
$(x-5)\times 10000=5y$ … ② 이다.
②의 양변을 5로 나눈 후, 연립방정식
$\begin{cases} 4000x-3y=12000 \\ 2000x-y=10000 \end{cases}$을 풀면,

$x=9$, $y=8000$이다.
처음 동아리 학생 수는 9명이고, 1인당 비용이 8000원이므로 강의료는 72000원이다.
학생이 처음보다 더 모여 $(9+n)$명이 되었을 때, 1인당 비용이 처음보다 2000원 더 적은 6000원이 되었으므로 $(9+n)\times 6000=72000$이다.
따라서 $9+n=12$이므로 $n=3$이다.