

KMA 한국수학학력평가(하반기) 정답과 해설

중학교 2학년

- | | |
|--------|---------|
| 1. 5 | 2. 27 |
| 3. 125 | 4. 14 |
| 5. 66 | 6. 12 |
| 7. 500 | 8. 33 |
| 9. 19 | 10. 36 |
| 11. 18 | 12. 25 |
| 13. 37 | 14. 27 |
| 15. 4 | 16. 25 |
| 17. 65 | 18. 18 |
| 19. 24 | 20. 4 |
| 21. 7 | 22. 900 |
| 23. 15 | 24. 50 |
| 25. 37 | 26. 313 |
| 27. 60 | 28. 9 |
| 29. 15 | 30. 156 |

- $\angle ACB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$
 $\angle CAB = 180^\circ - 80^\circ - 50^\circ = 50^\circ$
 $\angle ACB = \angle CAB = 50^\circ$ 이므로
삼각형 ABC는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.
따라서 $x = 5$
- $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ (RHA 합동)이므로
 $\overline{AD} = \overline{CE} = 6$
따라서 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27$
- $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 70^\circ$
 $= 90^\circ + 35^\circ$
 $= 125^\circ$
- $\overline{AF} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle ECB$ (엇각),
 $\angle DEF = \angle CEB$ (맞꼭지각), $\overline{ED} = \overline{EC}$ 이므로
 $\triangle EDF \cong \triangle ECB$ (ASA 합동)이다.
따라서 $\overline{DF} = \overline{CB} = 7$
그러므로 $\overline{AF} = \overline{AD} + \overline{DF} = 7 + 7 = 14$
- $\neg$. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모

이므로 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는
 $10 \times 4 = 40$ 이다.

$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$ 인 평행사변형 ABCD는
직사각형이므로 $\square ABCD$ 의 두 대각선의
길이가 같다.

따라서 $\overline{AC}$ 의 길이는 26이다.

$\therefore 40 + 26 = 66$

6. $\overline{AE}$ 를 그으면

$\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$\triangle ACD = \triangle ACE$ 이다.

$\triangle ABE$

$= \triangle ABC + \triangle ACE$

$= \triangle ABC + \triangle ACD$

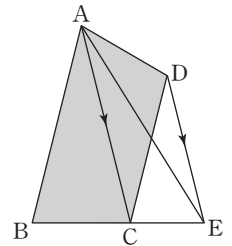
$= \square ABCD = 28$

$\overline{BC} : \overline{CE} = 4 : 3$ 이고 높이가 같으므로

$\triangle ABC : \triangle ACE = 4 : 3$ 이다.

$\triangle ACE = \square ABCD \times \frac{3}{7} = 28 \times \frac{3}{7} = 12$

따라서 $\triangle ACD = \triangle ACE = 12$



7. 그릇과 물이 들어 있는 부분의 닮음비가

$30 : 25 = 6 : 5$ 이므로

(그릇의 부피) : (물의 부피) $= 6^3 : 5^3 = 216 : 125$

$216 : 125 = 864\pi : (\text{물의 부피})$

$\therefore (\text{물의 부피}) = 500\pi (\text{cm}^3)$

따라서 $a = 500$

8. 집, 학원, 학교,

도서관, 수영장의

위치를 각각 A, B,

C, D, E라 하자.

$\angle A$ 는 공통이고

$\overline{AB} : \overline{AE}$

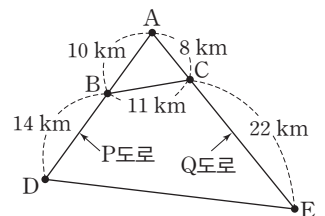
$= \overline{AC} : \overline{AD} = 1 : 3$ 이므로

$\triangle ACB \sim \triangle ADE$ (SAS 닮음)이다.

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{ED}$ 에서

$1 : 3 = 11 : \overline{ED} \quad \therefore \overline{ED} = 33$

따라서 도서관에서 수영장 사이의 직선거리는
33 km이다.



9. 점 D를 지나고 $\overline{AC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 H, 직선 FG와 $\overline{DH}$ 의 교점을 I라 하자.

$$\overline{AD} \parallel \overline{GI} \parallel \overline{CH},$$

$$\overline{AC} \parallel \overline{DH} \text{이므로 } \overline{GI} = \overline{CH} = 20 \text{이고}$$

$$\overline{DI} : \overline{IH} = 3 : 2 \text{이다.}$$

$$\triangle DFI \sim \triangle DBH \text{ (AA 답음)이고}$$

$$\text{답음비는 } 3 : 5 \text{이므로}$$

$$(\overline{FG} + 20) : (45 + 20) = 3 : 5$$

$$\therefore \overline{FG} = 19$$

10. $\overline{AD}^2 = \overline{DB} \times \overline{DC}$ 이므로 $12^2 = x \times 9$, $x = 16$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$$
이므로 $y^2 = 16 \times 25 = 400$,

$$y = 20 (\because y > 0)$$

$$\text{따라서 } x + y = 16 + 20 = 36$$

11. 두 정육면체는 항상 닮음이고, 세 정육면체가 일렬로 나열되어 있고, 세 정육면체의 꼭짓점이 한 직선 m 위에 있으므로 이웃한 두 정육면체 사이의 답음비는 일정하다. 가장 작은 정육면체와 가운데 정육면체의 답음비가 1 : 3이므로 가운데 정육면체와 가장 큰 정육면체의 답음비도 1 : 3이다. 따라서 가장 큰 정육면체의 한 모서리의 길이는 18이다.

다른풀이 정면에서 바

라보면 오른쪽 그림과 같다. 가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 2이고, 가운데

정육면체의 한 모서리의 길이는 6이므로

$$\overline{A'B''} = 4 \text{이다.}$$

$$\triangle AB'A' \sim \triangle A'B''A'' \text{ (AA 답음)이므로}$$

$$\overline{A'B'} : \overline{A''B''} = \overline{AB'} : \overline{A'B''},$$

$$6 : 2 = \overline{AB'} : 4 \quad \therefore \overline{AB'} = 12$$

따라서 가장 큰 정육면체의 한 모서리의 길이는 $12 + 6 = 18$ 이다.

12. $\overline{AC}$ 를 반지름으로 하는 사분원의 넓이는

$$\frac{1}{4} \times 8 \times 8 \times \pi = 16\pi \text{이다.}$$

$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2$ 이므로 $\overline{AB}$ 를 반지름으로 하는 사분원의 넓이는

$$\frac{1}{4} \pi \times \overline{AB}^2 = \frac{1}{4} \pi \times \overline{AC}^2 + \frac{1}{4} \pi \times \overline{BC}^2$$

$$= 16\pi + 9\pi = 25\pi$$

따라서 $a = 25$

13. $\overline{BD} = 16$ 이고, 점 E, F, G, H는 각 변의 중점이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{BD} = 8 \text{이다.}$$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로 각 삼각형의 꼭지각의 이등분선이 변 BD 위의 한 점 P에서 만난다.

따라서 두 대각선 AC와 BD는 서로 직교하고

$$\overline{DP} = \frac{1}{2} \overline{BD} = 8 \text{이다.}$$

$\triangle APD$ 에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AP} = 6$ 이고, $\triangle CDP$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{PC} = 15 \text{이다.}$$

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에

$$\text{의해 } \overline{EF} = \overline{GH} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times (6 + 15) = \frac{21}{2}$$

이다.

따라서 사각형 EFGH의 둘레의 길이는

$$2 \times \left(8 + \frac{21}{2} \right) = 37 \text{이다.}$$

14. 문제 13번의 풀이
에 따라 $\triangle ABP$,
 $\triangle BCP$, $\triangle CDP$,
 $\triangle DAP$ 는 모두
직각삼각형이다.

점 E, F, G, H는

각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점이다.

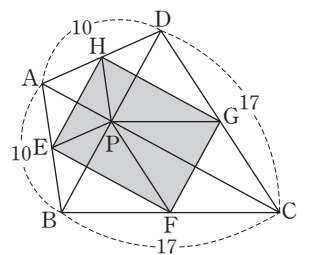
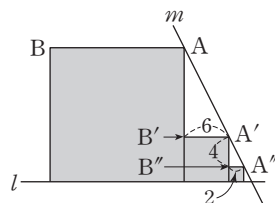
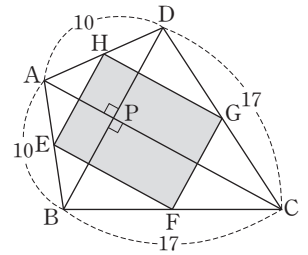
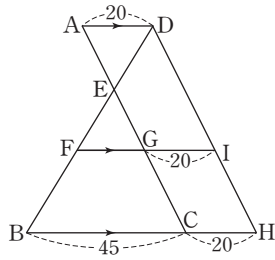
즉, 점 E, F, G, H는 각각 $\triangle ABP$, $\triangle BCP$, $\triangle CDP$, $\triangle DAP$ 의 외심이다.

따라서

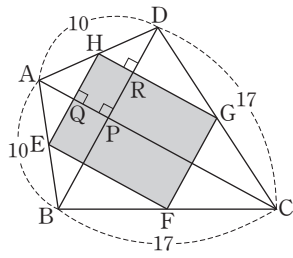
$$\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{BC} + \frac{1}{2} \overline{CD} + \frac{1}{2} \overline{DA}$$

$$= \frac{1}{2} \times (10 + 17 + 17 + 10) = 27$$



15. 사각형 EFGH는 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이므로 평행사변형이다. 점 E, F, G, H는 □ABCD의 각 변



의 중점이므로 $\overline{EH} \parallel \overline{BD}$, $\overline{AC} \parallel \overline{HG}$ 이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{EH}$ 의 교점을 Q, $\overline{BD}$ 와 $\overline{HG}$ 의 교점을 R라 하면,

$\angle APD = 90^\circ$ 이므로

$\angle AQH = 90^\circ (\because \overline{EH} \parallel \overline{BD})$,

$\angle HRD = 90^\circ (\because \overline{AC} \parallel \overline{HG})$ 이다.

□HQPR에서

$\angle HQP = \angle QPR = \angle PRH = 90^\circ$ 이므로

$\angle RHQ = 90^\circ$ 이다.

마찬가지 방법으로

$\angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = 90^\circ$ 이므로

□EFGH는 직사각형이다.

따라서 □EFGH는 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ을 만족한다.

16. 두 정육각형은 서로 닮음이므로 [그림2]의 정육각형과 [그림3]의 작은 정육각형은 서로 닮음인 관계에 있다.

오른쪽 그림에서 점 M을

$\overline{AB}$ 의 중점이라 하면

$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2\overline{PQ}$ 이다.

그러므로 $(n-1)$ 단계의 정육각형과 n 단계의 정육각형의 닮음비는 2 : 1

이고 넓이의 비는

4 : 1이다. ($n \geq 3$)

[그림2]의 정육각형의 넓이를 A라 하면

[그림3]에서 하나의 정육각형의 넓이는 $\frac{1}{4}A$ 이

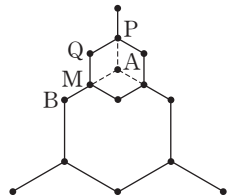
고, 이러한 정육각형은 3개이다.

[그림4]에서 하나의 정육각형의 넓이는

$\frac{1}{4}A \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}A$ 이고, 각 육각형 구조마다 작은 정육각형이 3개씩 생기므로 정육각형은 모두 $3 \times 3 = 9$ (개)이다.

따라서 [그림4]에서 만들어지는 모든 정육각형의 넓이의 합은 $\frac{9}{16}A$ 이다.

$\therefore p+q=9+16=25$



17. $\overline{CA}$ 와 $\overline{DE}$ 의 교점을 F라 하자.

$\triangle AEF \sim \triangle ABC$

(AA 닮음)이고

닮음비는 2 : 3이므로

$\triangle AEF$ 와 $\triangle ABC$ 의

넓이의 비는 4 : 9이다.

$\triangle AEF = \frac{4}{9} \times 117 = 52$

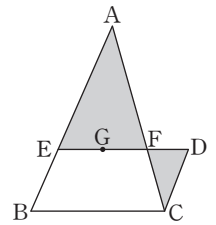
$\triangle AEF \sim \triangle CDF$ (AA 닮음)이고

닮음비는 2 : 1이므로

$\triangle AEF$ 와 $\triangle CDF$ 의 넓이의 비는 4 : 1이다.

$\triangle CDF = \frac{1}{4} \times 52 = 13$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $52 + 13 = 65$ 이다.



18. $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인

이등변삼각형이므로

$\angle BCA = \angle CBA$

$= 65^\circ$

$\triangle MDB$, $\triangle MCE$ 도

각각 $\overline{MB} = \overline{MD}$,

$\overline{MC} = \overline{ME}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle BDM = \angle MEC = 65^\circ$

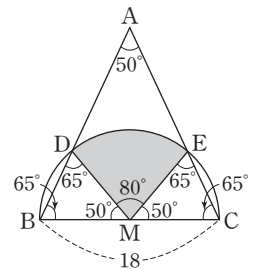
$\angle BMD = \angle CME = 50^\circ$

따라서 $\angle DME = 80^\circ$ 이므로

부채꼴 DME의 넓이는

$$\pi \times 9^2 \times \frac{80^\circ}{360^\circ} = 18\pi$$

$\therefore a = 18$



19. $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC} = 30$

인 이등변삼각형이고,

점 O는 $\triangle ABC$ 의

외심이므로

$\angle ADB = 90^\circ$ 이다.

$\overline{OB} = \overline{OA} = 25$ 이므로

$$\triangle OAB = \overline{AD} \times 25 \times \frac{1}{2}$$

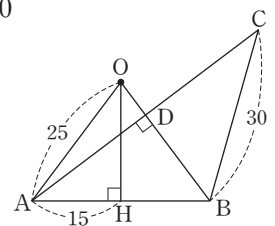
점 O에서 변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$\overline{AH} = 15$ 이다.

$\triangle OAH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

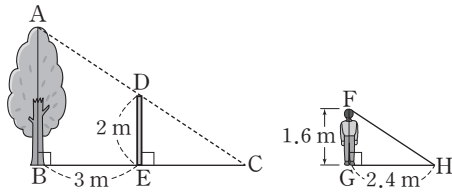
$$\overline{OH}^2 = 25^2 - 15^2 = 400, \overline{OH} = 20 (\because \overline{OH} > 0)$$



$$(\triangle OAB \text{의 넓이}) = 30 \times 20 \times \frac{1}{2} = 300$$

$$\text{따라서 } \overline{AD} \times \frac{25}{2} = 300, \overline{AD} = 24$$

20.



옆에서 바라보면 사람과 그림자를 그림과 같이 직각삼각형 FGH로 나타낼 수 있다.

나무(점 A)와 벽에 생긴 그림자의 끝(점 D)을 지나는 직선과 지면($\overline{BE}$ 의 연장선)이 만나는 점을 C라 하자.

햇빛이 평행하게 비추므로

$$\angle BCA = \angle GHF \text{이고}$$

세 삼각형 ABC, DEC, FGH는 서로 닮음이다.

$$\overline{FG} : \overline{GH} = \overline{DE} : \overline{EC} \text{이므로}$$

$$1.6 : 2.4 = 2 : \overline{EC} \quad \therefore \overline{EC} = 3$$

$$\overline{DE} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{BC} \text{이므로 } 2 : 3 = \overline{AB} : 6$$

$$\therefore \overline{AB} = 4$$

따라서 나무의 높이는 4m이다.

21. 원 O의 반지름의

길이를 r 라 하자.

점 D, E가 두 변

AB, AC의 중점

이므로

$$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 2,$$

$\angle A$ 는 공통

따라서 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (SAS 닮음)이다.

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비는 1 : 2이므로

$$\overline{DE} = 2r, \overline{BC} = 4r \text{이다.}$$

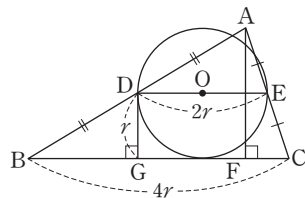
두 점 A, D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 각각 F, G라 하자. 원 O가 변 BC에 접하므로 $\overline{DG} = r$ 이다.

$\triangle DBG \sim \triangle ABF$ (AA 닮음)이고 닮음비는 1 : 2이므로 $\overline{AF} = 2r$ 이다.

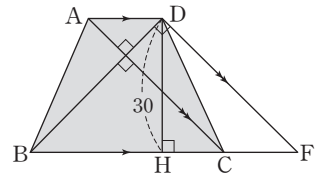
$$\triangle ABC = 4r \times 2r \times \frac{1}{2} = 196 \text{이므로}$$

$$4r^2 = 196, r^2 = 49$$

$$\therefore r = 7 (\because r > 0)$$



22. 점 D를 지나고 선분 AC에 평행한 직선이 변 BC의 연장선과 만나는 점을 F라 하자.



사각형 ACFD는 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{CF}$ 이고 $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{BF}$ 이다.

또한 $\angle BDF = 90^\circ$ 이고 $\overline{BD} = \overline{DF}$ 이므로 $\triangle DBF$ 는 직각이등변삼각형이다.

점 H는 $\triangle DBF$ 의 빗변의 중점이므로 $\overline{BF} = 2\overline{DH}$ 이다.

따라서

$$\square ABCD = (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{DH} \times \frac{1}{2}$$

$$= \overline{BF} \times \overline{DH} \times \frac{1}{2}$$

$$= 2\overline{DH} \times \overline{DH} \times \frac{1}{2}$$

$$= \overline{DH}^2 = 900$$

23. $\square PQRS$ 는

$\square ABCD$ 의 각 변

의 중점을 연결하

여 만든 사각형이

므로 평행사변형이

고 넓이는 180이다.

$$\overline{PQ} = 3x, \overline{QR} = 2x (x > 0) \text{라 하자.}$$

$$\overline{PF} \parallel \overline{QR} \text{이므로 } \angle PFQ = \angle FQR \text{이다.}$$

$$\angle PFQ = \angle PQF \text{이므로}$$

$$\triangle PQF \text{는 } \overline{PQ} = \overline{PF} \text{인 이등변삼각형이고}$$

$$\overline{PS} = 2x \text{이므로 } \overline{SF} = 3x - 2x = x \text{이다.}$$

$$\triangle SEF \sim \triangle REQ \text{ (AA 닮음)이고}$$

닮음비는 1 : 2이다.

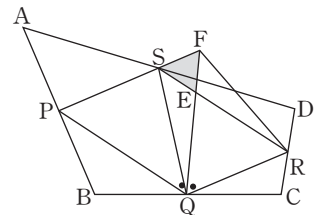
$\overline{SQ}$ 를 그으면

$$\angle QRS = \frac{1}{2} \square PQRS = \frac{1}{2} \times 180 = 90,$$

$$\triangle REQ = \frac{2}{3} \triangle QRS = \frac{2}{3} \times 90 = 60$$

$\triangle SEF$ 와 $\triangle REQ$ 의 넓이의 비는 1 : 4이므로

$$\triangle SEF = \frac{1}{4} \triangle REQ = \frac{1}{4} \times 60 = 15$$



24. $\overline{EF}$ 와 $\overline{HO}$ 의 교점

을 M이라 하자.

$\triangle GBC$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 720 = 360,$$

$$\triangle OAD = \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 720 = 180$$

(i) $\triangle GBC \sim \triangle GEF$ (SAS 닮음)이고 닮음비는 3 : 1이다.

따라서 $\triangle GBC$ 와 $\triangle GEF$ 의 넓이의 비는 9 : 1이므로

$$\triangle GEF = \frac{1}{9} \times 360 = 40,$$

$$\triangle HMF = \frac{1}{6} \times 40 = \frac{20}{3}$$

($\because$ 점 H는 $\triangle GEF$ 의 무게중심)

(ii) $\triangle OAD \sim \triangle OEF$ (SAS 닮음)이고 닮음비는 3 : 1, 넓이의 비는 9 : 1이다.

$$\triangle OEF = \frac{1}{9} \times 180 = 20,$$

$$\triangle OMF = \frac{1}{2} \times 20 = 10 (\because \overline{EM} = \overline{FM})$$

$\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 이므로 세 점 H, M, O는 한 직선 위에 있다.

(i), (ii)에 의해

$$\triangle HOF = \triangle HMF + \triangle OMF = \frac{20}{3} + 10 = \frac{50}{3}$$

$$\therefore 3S = 3 \times \frac{50}{3} = 50$$

25. 삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB} = 5$ 이다.

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 점 P는 외심이고,

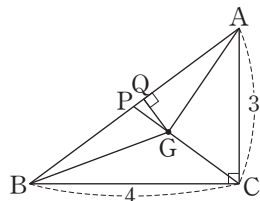
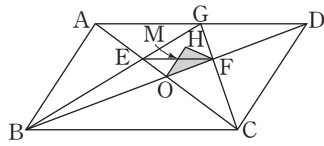
$\overline{PC} = \frac{5}{2}$ 이다.

점 G가 무게중심이므로 $\overline{GP} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

$\overline{GA}$, $\overline{GB}$ 를 그으면

$$\triangle GAB = \triangle ABC \times \frac{1}{3}$$

$$= 6 \times \frac{1}{3} = 2$$



$$\overline{AB} \times \overline{GQ} \times \frac{1}{2} = 2 \text{이므로 } \frac{5}{2} \overline{GQ} = 2$$

$$\therefore \overline{GQ} = \frac{4}{5}$$

$\triangle GQP$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{PQ}^2 = \overline{GP}^2 - \overline{GQ}^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{49}{900}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{7}{30} (\because \overline{PQ} > 0)$$

따라서 $a = 30$, $b = 7$ 이므로 $a + b = 37$

26. $\triangle ABC$ 의 내접원의

중심을 O라 할 때,

$\overline{AO}$ 와 $\overline{DF}$ 의 교점을

G, $\overline{BO}$ 와 $\overline{DE}$ 의 교점을

H, $\overline{CO}$ 와 $\overline{EF}$ 의

교점을 I라 하자.

$\overline{OD}$, $\overline{OF}$ 를 그으면

$\triangle ADO \equiv \triangle AFO$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$ 이고

$\triangle ADG \equiv \triangle AFG$ 이므로

$\angle AGD = \angle AGF = 90^\circ$ 이다.

$\triangle AGD \sim \triangle DGO$ (AA 닮음)이고,

닮음비는 $\overline{AD} : \overline{DO} = 2 : 1$ 이다.

$\overline{GD} = x$ 라 하면 $\overline{AG} = 2x$, $\overline{GO} = \frac{x}{2}$ 이다.

$\triangle AGD$ 에서 $4x^2 + x^2 = 6^2$ 이므로

$$x^2 = \frac{36}{5} \text{이다.}$$

$$\triangle DOF = \overline{DF} \times \overline{GO} \times \frac{1}{2} = 2x \times \frac{x}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} x^2 = \frac{18}{5}$$

마찬가지 방법으로 구하면 $\triangle EOD = \frac{18}{5}$ 이다.

$\triangle CIF \sim \triangle FIO$ (AA 닮음)이고,

닮음비는 $\overline{CF} : \overline{FO} = 4 : 3$ 이다.

$\overline{FI} = y$ 라 할 때 $\overline{OI} = \frac{3}{4}y$

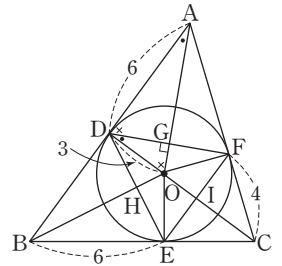
$$\triangle FIO \text{에서 } y^2 + \frac{9}{16}y^2 = 9 \quad \therefore y^2 = \frac{144}{25}$$

$$\triangle FOE = \frac{1}{2} \times 2y \times \frac{3}{4}y = \frac{3}{4}y^2 = \frac{108}{25}$$

$$\therefore \triangle DEF = \triangle DOF + \triangle EOD + \triangle FOE$$

$$= \frac{18}{5} + \frac{18}{5} + \frac{108}{25} = \frac{288}{25}$$

$\therefore p = 288$, $q = 25$ 이므로 $p + q = 313$



27. [그림 1]에서

종이를 접었으므로

$$\overline{AB} = \overline{C'D} = 15$$

$\square ABCD$ 는 직사각

형이고 $\angle BDC = 60^\circ$

이므로

$$\angle ADB = \angle DBC$$

$$= 30^\circ (\text{엇각})$$

종이를 접었으므로 $\angle DBC' = \angle DBC = 30^\circ$,

$\angle BDC' = \angle BDC = 60^\circ$ 이다.

$\triangle EBD$ 는 $\angle BED = 120^\circ$ 이고 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 인

이등변삼각형이다.

$\overline{AC'}$ 를 그으면 $\triangle EC'A$ 는

$\angle C'EA = \angle BED = 120^\circ$ (맞꼭지각)이고

$\overline{EC'} = \overline{EA}$ 인 이등변삼각형이므로

$\triangle EBD \sim \triangle EC'A$ 이고 닮음비는 $2 : 1$ 이다.

$\overline{BC} = a$ 라 하면

$$S = \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC'} + \overline{C'E} + \overline{AE}$$

$$= 15 + 30 + 15 + \frac{1}{3}a + \frac{1}{3}a = 60 + \frac{2}{3}a$$

[그림 2]에서

$$\angle BAP$$

$$= 90^\circ - \angle PAQ,$$

$$\angle QAD'$$

$$= 90^\circ - \angle PAQ$$

이므로

$$\angle BAP = \angle QAD'$$

$$\overline{AB} = \overline{AD'} = 15 \text{이므로}$$

$\triangle ABP \cong \triangle AD'Q$ (ASA 합동)이다.

$\overline{BC} = a$ 라 하면

$$a = \overline{AQ} + \overline{QD} = \overline{AP} + \overline{QD'} = 2\overline{D'Q} + \overline{D'Q} = 3\overline{D'Q}$$

$$\text{이므로 } \overline{D'Q} = \frac{1}{3}a$$

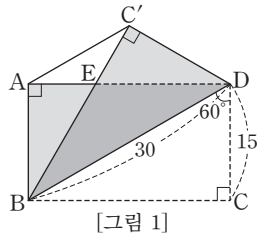
$$T = \overline{AB} + \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{QD'} + \overline{D'A}$$

$$= 15 + \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}a + 15 = 30 + \frac{4}{3}a$$

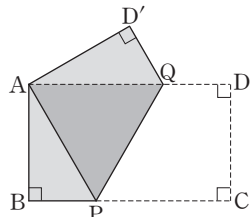
사각형 $ABCD$ 의 둘레의 길이는 $30 + 2a$ 이므로

$S + T$ 와의 차는 $(90 + 2a) - (30 + 2a) = 60$

이다.



[그림 1]



[그림 2]

28. $\angle CDA = a^\circ$,

$$\angle BDC = b^\circ$$

라 하자.

$\triangle ADB$ 는

정삼각형이므로 $a^\circ + b^\circ = 60^\circ$

$\triangle ADC$ 는 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle DCA = a^\circ$$

주어진 도형은 직선 AS 에 대하여 대칭이므로

$$\angle ABE = \angle APB = a^\circ, \angle CEP = b^\circ$$

(i) $\triangle DBP$ 에서

$$180^\circ = \angle PDB + \angle DBP + \angle BPD$$

$$= b^\circ + (60^\circ + a^\circ) + \angle BPD \text{이므로}$$

$$\angle BPD = 60^\circ$$

(ii) $\triangle ERC$ 에서 $\angle CER = b^\circ$, $\angle RCE = 60^\circ$ 이

므로

$$\angle ERC = 60^\circ + a^\circ$$

(iii) $\triangle ARP$ 에서 $\angle PRA = 60^\circ + a^\circ$ (맞꼭지각)이다.

$$\angle BPQ + \angle QPA + \angle APR = 180^\circ \text{이고}$$

$$\angle BPQ = 60^\circ, \angle QPA = \angle APR \text{이므로}$$

$$\angle APR = 60^\circ$$

(i)~(iii)에 의해 $\triangle DBP \sim \triangle ERC \sim \triangle ARP$

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{BP}} = \frac{\overline{ER}}{\overline{RC}} = \frac{\overline{AR}}{\overline{RP}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } 2\left(\frac{\overline{DB}}{\overline{BP}} + \frac{\overline{ER}}{\overline{RC}} + \frac{\overline{AR}}{\overline{RP}}\right) = 2 \times \frac{9}{2} = 9$$

29. 삼각형 ABC 는

이등변삼각형이고

점 M 은 변 BC 의

중점이므로

이등변삼각형의

성질에 의해

$$\angle BMA = \angle CMA = 90^\circ,$$

$$\overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \text{이다.}$$

$\triangle ABM$ 에서 피타고라스 정리에 의해

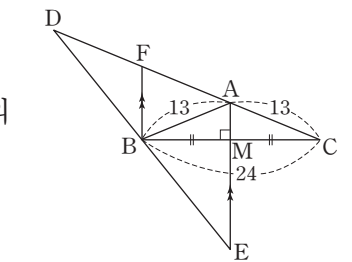
$$\overline{AM}^2 = 13^2 - 12^2 = 25$$

$$\therefore \overline{AM} = 5 (\because \overline{AM} > 0)$$

$$\triangle ABC = 24 \times 5 \times \frac{1}{2} = 60$$

$\triangle BAD$ 에서 $\overline{AD} = 2\overline{AC}$ 이고 $\triangle ABC$ 와 높이가 같으므로

$$\triangle BAD = 2 \times 60 = 120$$



점 B를 지나면서 $\overline{AE}$ 와 평행한 직선이 $\overline{DA}$ 와 만나는 점을 F라 할 때

$$\overline{CA} : \overline{CF} = \overline{CM} : \overline{CB} = 1 : 2 \text{이므로}$$

$$\overline{DB} : \overline{DE} = 1 : 2 \text{이다.}$$

$$\text{즉 } \overline{DB} : \overline{BE} = 1 : 1 \text{이다.}$$

$\triangle BAE$ 와 $\triangle BAD$ 는 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로 $\triangle BAE = \triangle BAD = 120$ 이다.

$$\angle BME = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2}(\overline{AM} + \overline{ME}) \times \overline{BM} = 120$$

$$\frac{1}{2}(5 + \overline{ME}) \times 12 = 120$$

$$\therefore \overline{ME} = 15$$

30. A, B, C, D,

E 부스의 위치

를 각각 점 A,

B, C, D, E라

하자.

조건 ④를 만족

하는 점 E는 점 B에서 선분 AD에 내린 수선의 발이다.

점 C에서 선분 AD의 연장선 위에 내린 수선의 발을 F라 하자.

$\triangle BED \sim \triangle CFD$ (AA 닮음)이고 닮음비는 2 : 1이다.

$$\overline{BE} : \overline{CF} = 16 : 8 = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{CF} = 8(\text{m})$$

$\triangle CEF$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{EF} = 6(\text{m}) \text{이다.}$$

$$\overline{ED} : \overline{DF} = 2 : 1 \text{이므로 } \overline{ED} = 4(\text{m}) \text{이다.}$$

$$\triangle ABD = (9 + 4) \times 16 \times \frac{1}{2} = 104(\text{m}^2)$$

$$\triangle ADC = (9 + 4) \times 8 \times \frac{1}{2} = 52(\text{m}^2)$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \triangle ABC &= \triangle ABD + \triangle ADC \\ &= 104 + 52 = 156(\text{m}^2) \end{aligned}$$

