KMA 한국수학학력평가(상반기) 정답과 해설

중학교 2학년

1. 4	**2.** 72
3. 21	**4.** 8
5. 19	**6.** 12
7. 11	**8.** 4
9. 63	**10.** 5
11. 19	**12.** 3
13. 256	**14.** 36
15. 13	**16.** 18
17. 12	**18.** 490
19. 3	**20.** 7
21. 101	**22.** 10
23. 4	**24.** 5
25. 4	**26.** 32
27. 16	**28.** 36
29. 45	**30.** 18

1. π는 유리수가 아니다.

정수가 아닌 유리수는 -0.1, $\dfrac{6}{2022}$,

$2.34343434\cdots$, 5.67896789이므로 4개이다.

2. $\dfrac{19}{110}=0.1\dot{7}\dot{2}$

따라서 순환마디는 72이다.

3. 지수법칙에 의하여

$2^3\times2^5=2^{3+5}=2^8$이므로 $a=8$

$(3^4)^b=3^{4b}=3^{24}$이므로 $b=6$

$5^c\div5^5=5^{c-5}=5^2$이므로 $c=7$

따라서 $a+b+c=8+6+7=21$

4. $\dfrac{(-2)^Ax^{2A}y^A\times(-y^B)}{4xy}$

$=-\dfrac{(-2)^A}{4}\times x^{2A-1}\times y^{A+B-1}=2x^5y^7$

$2A-1=5$에서 $A=3$

$A+B-1=7$에서 $B=5$

$\therefore\ A+B=3+5=8$

5. $2(2a^2-5)-(3a^2-6a-22)$

$=4a^2-10-3a^2+6a+22$

$=a^2+6a+12$

이므로 $X=1$, $Y=6$, $Z=12$

$\therefore\ X+Y+Z=1+6+12=19$

6. ($\triangle$ABC의 넓이)$=\overline{\text{BC}}\times$(높이)$\times\dfrac{1}{2}$이므로

($\overline{\text{BC}}$의 길이)$=(18x^2+9x)\div\left(\dfrac{9}{2}x\right)\div\dfrac{1}{2}$

$=(18x^2+9x)\times\dfrac{2}{9x}\times2$

$=8x+4$

따라서 $a=8$, $b=4$이므로 $a+b=8+4=12$

7. 주어진 부등식을 정리하면 $x>\dfrac{a-5}{2}$이고

수직선 위에 나타낸 x의 값의 범위는

$x>3$이다.

따라서 $\dfrac{a-5}{2}=3$에서 $a=11$

8. $-9<-2x+5<-1$

$-14<-2x<-6$

$\therefore\ 3<x<7$

$\therefore\ a=3$, $b=7$이므로 $b-a=4$

9. (가) : $-4y+5$

(나) : 3

(다) : -7

$-4y+5$에 $y=2$를 대입하면 $-4\times2+5=-3$

따라서 $a=-3$, $b=3$, $c=-7$이므로

$abc=(-3)\times3\times(-7)=63$

10. $\begin{cases}-2x+ay=4 & \cdots ㉠\\ bx-2y=-8 & \cdots ㉡\end{cases}$에서

㉠의 양변에 -2를 곱하면

$4x-2ay=-8\ \cdots$ ㉢

연립방정식의 해가 무수히 많으므로 ㉡과 ㉢의

x, y의 계수와 상수항이 각각 같아야 한다. 즉,

$4x=bx$에서 $b=4$

$-2ay=-2y$에서 $a=1$

따라서 $a+b=1+4=5$

11. $0.\dot{2}1\dot{7}=\frac{217}{999}$이고, 영진이는 분자를 바르게 보았으므로 처음 기약분수의 분자는 217이다.

$0.2\dot{1}\dot{3}=\frac{211}{990}$이고, 진우는 분모를 바르게 보았으므로 처음 기약분수의 분모는 990이다.

그러므로 처음 기약분수는 $\frac{217}{990}$이므로 이를 순환소수로 나타내면 $0.2\dot{1}\dot{9}$이다.

따라서 순환마디는 19이다.

12. 구하고자 하는 분수의 분모를 a(a는 자연수)라 하면

$\frac{1}{7}<\frac{3}{a}<\frac{1}{4}$, $\frac{3}{21}<\frac{3}{a}<\frac{3}{12}$

$\therefore 12<a<21$

13, 14, 15, $\cdots$, 20 중에서 유한소수가 될 수 있는 a의 값은 15, 16, 20의 3개이다.

13. 처음 전염병의 R의 값을 x라 하면 돌연변이 전염병의 R의 값은 $4x$이다.

4단계에서 처음 전염병에 의한 감염자 수는 x^4이고, 돌연변이에 의한 감염자 수는

$(2^2\times x)^4=2^8\times x^4=256\times x^4$

이므로 4단계에서 돌연변이에 의한 감염자 수는 원래 전염병에 의한 감염자 수의 256배이다.

$\therefore a=256$

14. 사다리타기를 하면

$-x$는 5, $-6xy^2$은 3, $\frac{3x^2}{y}$은 2와 각각 연결된다.

$\therefore A=(-x)^5$, $B=(-6xy^2)^3$, $C=\left(\frac{3x^2}{y}\right)^2$

$$A\times B\div C=(-x)^5\times(-6xy^2)^3\div\left(\frac{3x^2}{y}\right)^2$$
$$=(-x^5)\times(-6^3)\times x^3y^6\times\frac{y^2}{3^2x^4}$$
$$=24x^4y^8$$

$\therefore a=24,\ b=4,\ c=8$

$\therefore a+b+c=24+4+8=36$

15. (주어진 식)

$=7a-\{3a-2b-(5b+2a)\}$

$=7a-(3a-2b-5b-2a)$

$=7a-(a-7b)$

$=7a-a+7b$

$=6a+7b$

$\therefore m=6,\ n=7$이므로 $m+n=13$

16. (주어진 식)

$=x^3+3x-y^2-2x+2y+4+1+2y$

$=x^3+x-y^2+4y+5$

위 식에 $x=2$, $y=3$을 대입하면 식의 값은 18이다.

17. 주어진 식의 양변에 10을 곱하면

$2x+3(x-7)+55\leq 3x+59$

$5x+34\leq 3x+59$, $2x\leq 25$

$\therefore x\leq\frac{25}{2}$

따라서 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3, $\cdots$, 12이므로 12개이다.

18. 쿠키 봉지의 개수를 x개라 하면 초콜릿의 개수는 $(15-x)$개이다. 선물의 총 가격이 10000원을 넘지 않아야 하므로

$1000x+600(15-x)\leq 10000$

$5x+3(15-x)\leq 50$

$5x+45-3x\leq 50\qquad\therefore x\leq\frac{5}{2}$

그러므로 쿠키는 최대 2봉지 살 수 있고, 초콜릿은 13개 사야하므로 선물의 총 가격은

$2\times1000+13\times600=9800$(원)이다.

따라서 $\frac{b}{10a}=\frac{9800}{10\times2}=490$

19. ㄱ. 주어진 식에 $x=1$, $y=2$를 대입하면

$a+3\times2=1\qquad\therefore a=-5$(참)

ㄴ. 주어진 식에 $(-1,\ 4)$를 대입하면

$-a+12=1\qquad\therefore a=11$

따라서 $(2,\ -7)$은 $11x+3y=1$의 해이다.(참)

ㄷ. $x+3y=1$을 만족하는 정수인 해의 순서쌍은 $(-2,\ 1)$, $(-5,\ 2)$, $(-8,\ 3)$, $\cdots$

➡ 해가 무수히 많다.(참)

ㄹ. $3x+3y=1$에 $x=\frac{1}{3}$, $y=\frac{1}{4}$을 대입하면

$3\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{4}\neq1$

➡ $\left(\frac{1}{3},\ \frac{1}{4}\right)$은 일차방정식 $3x+3y=1$의 해가 아니다.(거짓)

ㅁ. $-4x+3y=1$을 만족시키는 x, y가 한 자리의 자연수인 해는 $(2,\ 3)$, $(5,\ 7)$의 2쌍이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ의 3개이다.

20. a와 b를 바꾼 연립방정식은 $\begin{cases} bx+ay=-5 \\ -ax+by=-5 \end{cases}$

이고, $x=-1$, $y=-3$을 대입하면

$\begin{cases} -b-3a=-5 \\ a-3b=-5 \end{cases}$ ⋯ ㉠

이 연립방정식 ㉠을 풀면 $a=1$, $b=2$

처음 연립방정식은 $\begin{cases} x+2y=-5 \\ -2x+y=-5 \end{cases}$ ⋯ ㉡

연립방정식 ㉡을 풀면 $x=1$, $y=-3$

$\therefore m=1,\ n=-3$

따라서 $a+b+m-n=1+2+1-(-3)=7$

21. $A=\dfrac{0.\dot{1}}{0.1}+\dfrac{0.\dot{2}}{0.2}+\cdots+\dfrac{0.\dot{9}}{0.9}$

$=\dfrac{1}{9}\times\dfrac{10}{1}+\dfrac{2}{9}\times\dfrac{10}{2}+\cdots+\dfrac{9}{9}\times\dfrac{10}{9}$

$=\dfrac{10}{9}+\dfrac{10}{9}+\cdots+\dfrac{10}{9}$

$=\dfrac{10}{9}\times 9=10$

$B=\dfrac{0.\dot{1}}{0.11}+\dfrac{0.\dot{2}}{0.22}+\cdots+\dfrac{0.\dot{9}}{0.99}$

$=\dfrac{11}{99}\times\dfrac{100}{11}+\dfrac{22}{99}\times\dfrac{100}{22}+\cdots+\dfrac{99}{99}\times\dfrac{100}{99}$

$=\dfrac{100}{99}\times 9=\dfrac{100}{11}$

$C=\dfrac{0.\dot{1}}{0.1111}+\dfrac{0.\dot{2}}{0.2222}+\cdots+\dfrac{0.\dot{9}}{0.9999}$

$=\dfrac{1111}{9999}\times\dfrac{10000}{1111}+\cdots+\dfrac{9999}{9999}\times\dfrac{10000}{9999}$

$=\dfrac{10000}{9999}\times 9=\dfrac{10000}{1111}$

$\therefore 10\times A\times B\times\dfrac{1}{C}$

$=10\times 10\times\dfrac{100}{11}\times\dfrac{1111}{10000}=101$

22. (반구의 부피)$=\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{4}{3}\pi\times(x^3y^2)^3\right\}=\dfrac{2}{3}\pi x^9y^6$

원기둥의 높이를 h라 하면

(원기둥의 부피)$=\pi\times(x^2y^3)^2h=\pi x^4y^6h$

두 입체도형의 부피가 같으므로

$\pi x^4y^6h=\dfrac{2}{3}\pi x^9y^6$

$\therefore h=\dfrac{2}{3}\pi x^9y^6\div\pi x^4y^6=\dfrac{2}{3}x^5$

따라서 $a=3$, $b=2$, $c=5$이므로 $a+b+c=10$

23. 어떤 식을 A로 두면

어떤 식을 $2x$로 나눈 후 y를 뺀 식은

$\dfrac{A}{2x}-y$이다.

위의 식에 $-x$를 곱한 것과 어떤 식을 더하면

$-\dfrac{A}{2}+xy+A=\dfrac{A}{2}+xy$

$\dfrac{A}{2}+xy=x^2+axy$이므로

$A=2x^2+2(a-1)xy$

$A-(x^2+axy)=2x^2+2(a-1)xy-x^2-axy$

$=x^2+(a-2)xy$

xy의 계수가 0이므로 $a=2$이다.

그러므로 어떤 식은 $2x^2+2xy$이다.

따라서 어떤 식의 각 항의 계수와 상수항의 합은 $2+2=4$이다.

24. B호스를 추가한 시간을 x분$(0<x\leq 30)$이라 하면, A호스만 사용하여 물을 채우는 데 걸리는 시간은 $\dfrac{1}{5}(200-15x)$분이다.

$x+\dfrac{1}{5}(200-15x)\leq 30$

$x+40-3x\leq 30$, $-2x\leq -10$

$\therefore x\geq 5$

따라서 B호스를 추가하여 물을 채우는 최소 시간은 5분이다.

25. $0.\dot{a}=a\times 0.\dot{1}=a\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{9}a$

$b.\dot{b}=b+b\times 0.\dot{1}=b+b\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{10}{9}b$

$2.\dot{a}=2+0.\dot{a}=2+\dfrac{1}{9}a=\dfrac{18+a}{9}$

$\dfrac{a}{9}x-\dfrac{10b}{9}y=\dfrac{18+a}{9}$에 $x=-3$, $y=-3$을 대입하면

$-\dfrac{a}{3}+\dfrac{10}{3}b=\dfrac{18+a}{9}$

$-3a+30b=18+a$, $-4a+30b=18$

$15b-9=2a$ ⋯ ㉠

등식 ㉠을 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍은 $(3,\ 1)$, $(18,\ 3)$, ⋯

이때 a, b는 한 자리의 자연수이므로

$a=3$, $b=1$

$\therefore a+b=4$

26. $a=1$인 경우 3^b이 3^5의 배수이어야 하므로 b의 값이 될 수 있는 수는 5, 6, 7, 8, 9이다.
그러므로 순서쌍의 개수는 (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9)의 5개이다. … ㉠
a의 값이 2 또는 4 또는 5 또는 8인 경우에도 마찬가지로 b의 값이 될 수 있는 수는 5, 6, 7, 8, 9이므로 순서쌍의 개수는 $5\times4=20$(개)이다. … ㉡

$a=3$이면 $\dfrac{3^b}{3^2\times3^5\times5}=\dfrac{3^b}{3^7\times5}$이므로 $b\ge7$이다.
➡ (3, 7), (3, 8), (3, 9)의 3개 … ㉢
$a=6$이면 $\dfrac{3^b}{6^2\times3^5\times5}=\dfrac{3^b}{2^2\times3^7\times5}$이므로 $b\ge7$이다.
➡ (6, 7), (6, 8), (6, 9)의 3개 … ㉣
$a=7$이면 유한소수로 나타낼 수 없다.
$a=9$이면 $\dfrac{3^b}{9^2\times3^5\times5}=\dfrac{3^b}{3^4\times3^5\times5}=\dfrac{3^b}{3^9\times5}$
이므로 b의 값이 될 수 있는 수는 9뿐이다.
➡ (9, 9)의 1개 … ㉤
따라서 ㉠~㉤에 의해 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b)의 개수는 32개이다.

27. ㈎ $ac=24$, $bc=36$이므로 c는 24와 36의 공약수이다.
순서쌍 (c, a, b)로 나타내면
(1, 24, 36), (2, 12, 18), (3, 8, 12), (4, 6, 9), (6, 4, 6), (12, 2, 3)
㈏ b가 짝수이면
$(-1)^b=1$, $(-1)^{b+1}=-1$이므로
$(-1)^b-(-1)^{b+1}=1-(-1)=2$
b가 홀수이면
$(-1)^b=-1$, $(-1)^{b+1}=1$이므로
$(-1)^b-(-1)^{b+1}=-1-1=-2$
$\therefore$ b는 짝수이다.
㈐ $(a^3+a^3)(5^a+5^a)=2\times a^3\times2\times5^a$
$=2^2\times a^3\times5^a$
$a=24$ 또는 $a=12$ 또는 $a=8$이면
$2^2\times a^3\times5^a$은 10^8의 배수이므로 9자리 이상의 자연수이다.
➡ ㈐ 조건을 만족시키지 않는다.
$a=4$이면
$2^2\times a^3\times5^a$
$=2^2\times(2^2)^3\times5^4=2^8\times5^4$
$=2^4\times10^4$이므로 6자리의 자연수이다.
따라서 $a+b+c=4+6+6=16$

28. $2A◎B$
$=3\times2A-2B$
$=6A-2B$
$A◎(2A◎B)=3A-2(2A◎B)$
$=3A-2(6A-2B)$
$=3A-12A+4B$
$=-9A+4B$
$A◎2A=3A-2\times2A=-A$
$(A◎2A)◎B=3(A◎2A)-2B$
$=-3A-2B$
(주어진 식)
$=-9A+4B-(-3A-2B)$
$=-6A+6B$
$=-6(2a-5b+1)+6(-a+2b+3)$
$=-12a+30b-6-6a+12b+18$
$=-18a+42b+12$
이므로 $p=-18$, $q=42$, $r=12$이다.
$\therefore p+q+r=36$

29. 쓰레기장과 쓰레기 수거차 사이의 거리는 30 m이고, 쓰레기 수거차의 속도는 1.5 m/s이므로 쓰레기 수거차가 쓰레기장에 도착하는데 걸리는 시간은 $\dfrac{30}{1.5}=20$(초)이다.
도형이가 a m/s의 속력으로 20초 동안 이동한 거리가 60 m 이상이 되어야 한다.
$20a\ge60$, $a\ge3$이므로 $a=3$
돌아올 때는 b m/s의 속력으로 40초 동안 이동한 거리가 60 m 이상이 되어야 한다.
$40b\ge60$, $b\ge1.5$이므로 $b=1.5$
$\therefore 10(a+b)=10\times4.5=45$

30. (i) $y=x+2$와 $3x+y=12$를 연립하여 풀면
$x=\dfrac{5}{2}$, $y=\dfrac{9}{2}$
➡ x, y의 값이 자연수가 아니므로 조건을 만족하지 않는다.

(ⅱ) $\begin{cases} y=x+2 & \cdots \text{㉠} \\ y=ax & \cdots \text{㉡} \end{cases}$, $\begin{cases} bx-ay=-8 & \cdots \text{㉢} \\ 3x+y=12 & \cdots \text{㉣} \end{cases}$

에서

첫 번째 연립방정식의 해를 $(p,\ q)$라 하면

두 번째 연립방정식의 해는 $(2p,\ 2q)$이다.

$(p,\ q)$를 ㉠에, $(2p,\ 2q)$를 ㉣에 대입하면

$\begin{cases} q=p+2 & \cdots \text{㉠}' \\ 6p+2q=12 & \cdots \text{㉣}' \end{cases}$

㉠$'$, ㉣$'$를 연립하여 풀면 $p=1$이고 $q=3$

$(1,\ 3)$을 ㉡에 대입하여 풀면 $a=3$

$a=3$과 $(2,\ 6)$을 ㉢에 대입하여 풀면 $b=5$

$\therefore\ ab=15$

(ⅲ) $\begin{cases} y=x+2 & \cdots \text{㉠} \\ bx-ay=-8 & \cdots \text{㉢} \end{cases}$, $\begin{cases} y=ax & \cdots \text{㉡} \\ 3x+y=12 & \cdots \text{㉣} \end{cases}$

에서

위 (ⅱ)의 방법과 마찬가지로 $(p,\ q)$를 정의하면

$p=1$, $q=3$이다.

$(2,\ 6)$을 ㉡에 대입하여 풀면 $a=3$

$a=3$과 $(1,\ 3)$을 ㉢에 대입하여 풀면 $b=1$

$\therefore\ ab=3$

따라서 (ⅱ), (ⅲ)에 의해 ab의 값들의 합은

$15+3=18$