

KMA 한국수학학력평가(상반기) 정답과 해설

중학교 2학년

- | | |
|---------|---------|
| 1. 2 | 2. 44 |
| 3. 2 | 4. 13 |
| 5. 2 | 6. 12 |
| 7. 3 | 8. 10 |
| 9. 4 | 10. 5 |
| 11. 231 | 12. 664 |
| 13. 20 | 14. 12 |
| 15. 1 | 16. 18 |
| 17. 3 | 18. 6 |
| 19. 8 | 20. 5 |
| 21. 6 | 22. 8 |
| 23. 11 | 24. 54 |
| 25. 147 | 26. 4 |
| 27. 31 | 28. 52 |
| 29. 339 | 30. 35 |

1. 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐일 때 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{2}{15} = \frac{2}{3 \times 5}, \frac{21}{30} = \frac{7}{10} = \frac{7}{2 \times 5},$$

$$\frac{5}{40} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}, \frac{9}{2 \times 5^2 \times 7}, \frac{2 \times 3 \times 7}{3^2 \times 5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5}$$

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 $\frac{21}{30}, \frac{5}{40}$ 이다.

2. $A=100, B=99, C=43$ 이므로

$$A-B+C=100-99+43=44$$

3. $(4^a)^5 = \{(2^2)^a\}^5 = (2^{2a})^5 = 2^{10a} = 2^{20}$

이므로 $a=2$

4. $x^5 \div x^2 \times y^2 \div (y^3)^4 = x^5 \div x^2 \times y^2 \times \frac{1}{y^{12}}$

$$= x^3 \times \frac{1}{y^{10}} = \frac{x^3}{y^{10}} = \frac{x^a}{y^b}$$

이므로 $a=3, b=10$

$$\therefore a+b=3+10=13$$

5. $\frac{2x}{3}(3x^2-9x+3)=2x^3-6x^2+2x,$

$$(4x^3y-12xy) \div 2y=2x^3-6x \text{이므로}$$

$$(\text{주어진 식})=2x^3-6x^2+2x-(2x^3-6x) \\ =-6x^2+8x$$

따라서 $a=-6, b=8, c=0$ 이므로

$$a+b+c=-6+8+0=2$$

6. $2x \times 3 \times (\text{높이})=24x^2+18x$

$$(\text{높이})=\frac{24x^2+18x}{6x}=4x+3$$

이므로 $a=4, b=3$

$$\therefore ab=4 \times 3=12$$

7. ㉠ $-15 \times 1 = -15$ 이므로 $-15 > -75$ (○)

$$\text{㉡ } 2 \times 1 + 2 = 4, 4 \times 1 - 4 = 0$$

이므로 $4 > 0$ (○)

$$\text{㉢ } 2 \times 1 + 5 = 7, -3 \times 1 + 5 = 2$$

이므로 $7 > 2$ (×)

$$\text{㉣ } \frac{3}{4} \times 1 - 2 = -\frac{5}{4}, \frac{1}{2} \times 1 - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

이므로 $-\frac{5}{4} < \frac{1}{4}$ (×)

$$\text{㉤ } 0.4 \times 1 - 0.6 = -0.2, 0.6 \times 1 + 0.2 = 0.8$$

이므로 $-0.2 < 0.8$ (○)

8. $-2 \leq x < 3 \Rightarrow -4 \leq 2x < 6$

$$\Rightarrow -5 \leq 2x-1 < 5$$

이므로 $2x-1$ 의 값 중 정수인 것은 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 이다.

9. $x=-1, y=3$ 을 대입하면

$$-a-6=-10 \text{이므로 } a=4$$

10. $\begin{cases} x+y=6 \\ x+3y=14 \end{cases}$ 를 풀면

$$x=2, y=4 \text{이므로 } a=2, b=4$$

$$\begin{cases} x=2y+3 \\ 3x-4y=11 \end{cases} \text{에서}$$

첫 번째 식을 두 번째 식에 대입하면 $y=1$

$y=1$ 을 첫 번째 식에 대입하면 $x=5$

11. $\frac{11a}{84} = \frac{11a}{2^2 \times 3 \times 7}$ 이므로 a 는 21의 배수가 되어

야 한다.

$\frac{18a}{275} = \frac{18a}{5^2 \times 11}$ 이므로 a 는 11의 배수가 되어야 한다.

21과 11의 최소공배수는 231이므로 조건을 만족하는 가장 작은 자연수 a 는 231이다.

12. $0.34\dot{1} = 0.34111\cdots$, $0.3\dot{4}\dot{1} = 0.34141\cdots$,
 $0.\dot{3}4\dot{1} = 0.341341\cdots$ 이므로
가장 큰 수는 $0.3\dot{4}\dot{1}$ 이다.

따라서 $0.3\dot{4}\dot{1} = \frac{338}{990} = \frac{169}{495}$ 이므로 $a = 495$,
 $b = 169$ 이고 $a + b = 495 + 169 = 664$ 이다.

13. $1\text{TB} = 2^{10}\text{GB} = (2^{10} \times 2^{10})\text{MB} = 2^{20}\text{MB}$
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수는 20이다.

14. $4^{2022} \times (-0.25)^{2021} + \frac{18^4}{9^4}$
 $= 4 \times \{4 \times (-0.25)\}^{2021} + \left(\frac{18}{9}\right)^4$
 $= 4 \times (-1)^{2021} + 2^4 = -4 + 16 = 12$

15. 이차항의 계수의 합이 3이 될 수 있는 것은
 $(x^2 - 4x + \ominus) + (2x^2 - x + 3)$ 또는
 $(-2x^2 + x - 3) + (5x^2 + \omin�x + 13)$ 이다.
 $(x^2 - 4x + \ominus) + (2x^2 - x + 3)$
 $= 3x^2 - 5x + 10$ 이므로
 $\ominus + 3 = 10$ 에서 $\ominus = 7$
 $(-2x^2 + x - 3) + (5x^2 + \omin�x + 13)$
 $= 3x^2 - 5x + 10$ 이므로
 $1 + \omin� = -5$ 에서 $\omin� = -6$
따라서 $\omin� + \omin� = 7 - 6 = 1$ 이다.

16. (어떤 식) $= 5x^2 - 9x - 2 + (-x^2 + 4x - 2)$
 $= 4x^2 - 5x - 4$
(바르게 계산한 식)
 $= (4x^2 - 5x - 4) + (-x^2 + 4x - 2)$
 $= 3x^2 - x - 6$
따라서 $a = 3$, $b = -1$, $c = -6$ 이므로
 $abc = 18$ 이다.

17. $\frac{x-3}{2} + \frac{4x+3}{5} < a$ 에서
 $5(x-3) + 2(4x+3) < 10a \quad \therefore x < \frac{10a+9}{13}$
 $0.3(x-5) < -0.2x$ 에서
 $3(x-5) < -2x \quad \therefore x < 3$

두 부등식의 해가 같으므로

$$\frac{10a+9}{13} = 3 \text{에서 } a = 3$$

18. 구입할 콜라 캔의 개수를 x 개라 하고 부등식을 세우면

$$1500x > 1000x + 2500 \quad \therefore x > 5$$

따라서 6개 이상 구입해야 인터넷 쇼핑몰에서 사는 것이 유리하다.

19. $\begin{cases} (a-b)x + (3a-2)y = -6 \cdots \textcircled{7} \\ (a+2)x - (2a+b)y = 12 \cdots \textcircled{8} \end{cases}$ 에서

$\textcircled{7} \times (-2)$ 를 하면

$$\begin{cases} -2(a-b)x - 2(3a-2)y = 12 \\ (a+2)x - (2a+b)y = 12 \end{cases}$$

이때 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

$$\begin{cases} -2(a-b) = a+2 \cdots \textcircled{9} \\ -2(3a-2) = -(2a+b) \cdots \textcircled{10} \end{cases}$$

$\textcircled{9}$, $\textcircled{10}$ 을 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = 4$ 이다.

$$\therefore ab = 2 \times 4 = 8$$

20. A가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라고 하면 비긴 횟수는 $10 - x - y$ 이고, B가 이긴 횟수는 y , 진 횟수는 x , 비긴 횟수는 $10 - x - y$ 이다.

$$\text{연립방정식 } \begin{cases} 3x + (10 - x - y) = 17 \\ 3y + (10 - x - y) = 11 \end{cases} \text{을 풀면}$$

$x = 5$, $y = 3$ 이다.

21. $\frac{2021}{9999} = 0.\dot{2}02\dot{1}$ 이므로 정수 n 에 대해 소수점
아래 $4n+1$ 번째 숫자는 2, $4n+2$ 번째 숫자는
0, $4n+3$ 번째 숫자는 2, $4n$ 번째 숫자는 1이다.

$$\therefore a_{100} + a_{101} + a_{102} + a_{103} + a_{104} \\ = 1 + 2 + 0 + 2 + 1 = 6$$

22. $2^8 \times 3 \times 5^6 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^6 = 12 \times 10^6$
 $= 12000000$

23.

$4x^4 + 2x^2 + 6xy$	$6y^3$	
$2x$	$3y$	
$\textcircled{7}$	$\textcircled{8}$	A

$\textcircled{7}$ 에 들어갈 식은

$$(4x^4 + 2x^2 + 6xy) \div 2x = 2x^3 + x + 3y$$

$\textcircled{8}$ 에 들어갈 식은 $6y^3 \div 3y = 2y^2$

A 에 들어갈 식은

$$(2x^3 + x + 3y) \times 2y^2$$

$$= 4x^3y^2 + 2xy^2 + 6y^3$$

따라서 $a=4, b=2, c=2, d=3$ 이므로

$$a+b+c+d=4+2+2+3=11$$

24. 처음 소금의 양은 $\frac{10a}{100}=0.1a$ 이다.

소금물을 데우면 물만 증발하므로 30분 후 소금의 양은 같고, 소금물의 양은 9이다.

$$\frac{0.1a}{9} \times 100 \leq 0.6 \text{이므로 } a \leq 0.54 \text{이다.}$$

따라서 처음 소금물의 농도는 최대 0.54 %까지 가능하므로 $100a=54$ 이다.

25. 작년 남학생 수를 x , 작년 여학생 수를 y 라 하고 연립방정식을 세우면

$$\begin{cases} x+y=260 \\ 0.05x-0.05y=1 \end{cases}$$

이 연립방정식을 풀면 $x=140, y=120$ 이다.

따라서 금년 남학생 수는 $140 \times 1.05 = 147$ (명)이다.

26. $A=\frac{1}{2}$ 인 경우 B의 값으로 가능한 것은

$$\frac{3}{45}, \frac{3}{54}, \frac{4}{35}, \frac{4}{53}, \frac{5}{34}, \frac{5}{43} \text{이다.}$$

이중 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 없다. 같은 방법으로 풀면

$$A=\frac{1}{4} \text{인 경우, } B=\frac{3}{25} \text{ 또는 } B=\frac{5}{32}$$

$$A=\frac{1}{5} \text{인 경우, } B=\frac{3}{24} \text{ 또는 } B=\frac{4}{32}$$

따라서 가능한 경우는 모두 4가지이다.

27. 대각선 화살표를 반드시 사용해야 하므로 2^a 에

도착하는 방법은 $(6^5 + 6^5) \div \left(\frac{3}{2}\right)^5 = 2^{11}$ 또는

$$6^5 \div \left(\frac{3}{2}\right)^5 + \left(\frac{3}{2}\right)^5 = 2^{10} + \frac{3^5}{2^5} \text{이므로 } a=11$$

대각선 화살표를 반드시 사용해야 하므로 $\frac{3^b}{2^c}$ 에

도착하는 방법은

$$6^5 \div \left(\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^{15}}{3^5} \text{ 또는}$$

$$6^5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^5 \div \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{3^{15}}{2^5}$$

이므로 $b=15, c=5$ 이다.

$$\text{따라서 } a+b+c=11+15+5=31$$

28. 두 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 같음을 이용한다.

왼쪽 그림에서 색칠된 부분의 넓이는

$$81x^2 - \frac{1}{2}(3+2x+3) \times 3x = 78x^2 - 9x$$

오른쪽 직사각형의 가로의 길이는

$$(78x^2 - 9x) \div 3x = 26x - 3$$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$$2(26x - 3 + 3x) = 58x - 6$$

$$\therefore 58 - 6 = 52$$

29. 정사각형 ABCD의 한 변에 놓인 타일의 개수를 n 개라 하자.

i) n 이 홀수이면 대각선이 교차하는 부분에 검은색 타일 하나가 겹치므로 대각선에 놓은 검은색 타일은 $(2n-1)$ 개, 정사각형 ABCD의 변과 닿는 타일은 대각선에 있는 것을 제외하고 $4(n-2)$ 개다.

따라서 검은색 타일의 수는

$$(2n-1) + 4(n-2) = 6n - 9 \text{개다. 즉,}$$

$$6n - 9 > 2021 \text{에서}$$

$$n > \frac{2030}{6} = 338.\dot{3} \text{이므로}$$

가장 작은 홀수 n 은 339다.

ii) n 이 짝수이면 대각선이 교차하는 부분에 검은색 타일이 겹치지 않으므로 대각선에 놓인 검은색 타일은 $2n$ 개, 정사각형 ABCD의 변과 닿는 타일은 대각선에 있는 것을 제외하고 $4(n-2)$ 개다. 따라서 검은색 타일의 수는 $2n + 4(n-2) = 6n - 8$ 개다. 즉,

$$6n - 8 > 2021 \text{에서}$$

$$n > \frac{2029}{6} = 338.1\dot{6} \text{이므로}$$

가장 작은 짝수 n 은 340이다.

따라서 i), ii)에 의해 검은색 타일의 수가 2021개보다 많은 가장 작은 정사각형 ABCD의 한 변에 놓인 타일은 339개이다.

30. i) $x > 0, y > 0$ 인 경우

$$3\{x \star (-4)\} + 2y = -2$$

$$\Rightarrow 3(-4-x) + 2y = -2$$

$$\Rightarrow 3x - 2y = -10 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - (y \star 6) = 6$$

$$\Rightarrow 2x - (y - 6 + 1) = 6$$

$$\Rightarrow 2x - y = 1 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$\textcircled{\text{L}}$ 과 $\textcircled{\text{L}}$ 을 연립방정식으로 풀면 $x=12, y=23$

ii) $x < 0, y < 0$ 인 경우

$$3\{x \star (-4)\} + 2y = -2$$

$$\Rightarrow 3(x + 4 + 1) + 2y = -2$$

$$\Rightarrow 3x + 2y = -17 \cdots \textcircled{\text{E}}$$

$$2x - (y \star 6) = 6$$

$$\Rightarrow 2x - (6 - y) = 6$$

$$\Rightarrow 2x + y = 12 \cdots \textcircled{\text{F}}$$

$\textcircled{\text{E}}$ 과 $\textcircled{\text{F}}$ 을 연립방정식으로 풀면

$$x=41, y=-70$$

이때 $x=41$ 이면 $x < 0$ 에 모순이 된다.

따라서 i)과 ii)에서 $a=12, b=23$ 이고

$$a + b = 12 + 23 = 35$$