KMA 한국수학학력평가(하반기) 정답과 해설

중학교 2학년

1. 3	**2.** 54
3. 36	**4.** 2
5. 65	**6.** 23
7. 4	**8.** 48
9. 9	**10.** 6
11. 15	**12.** 80
13. 18	**14.** 10
15. 20	**16.** 40
17. 8	**18.** 9
19. 5	**20.** 324
21. 14	**22.** 11
23. 60	**24.** 14
25. 35	**26.** 27
27. 488	**28.** 20
29. 35	**30.** 10

1. 옳은 것을 말한 학생은 지원, 준영, 민정이므로 3명이다.

2. $\triangle$BDE$\equiv\triangle$CDF(RHS 합동)이므로
$\angle B=\angle C$
$\triangle$ABC는 이등변삼각형이므로
$\angle B=\frac{1}{2}(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$

3. 점 M은 $\triangle$ABC의 빗변의 중점, 즉 외심이므로 $\overline{MB}=6(\text{cm})$이다.
$\triangle$AMB$\equiv\triangle$CMB(SSS 합동)이므로
$\angle BMA=90^\circ$
따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times6=36(\text{cm}^2)$이다.

4. 점 D의 y좌표는 4이고, $\overline{AD}$의 길이는 6이므로 x좌표는 6이다.
따라서 $x-y=6-4=2$

5. $\overline{DB}$는 정사각형의 대각선이므로 $\angle ABE=45^\circ$
$\triangle$ABE에서 $\angle BAE=180^\circ-(45^\circ+70^\circ)=65^\circ$

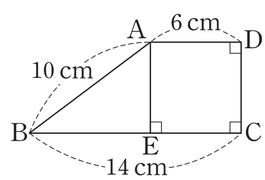
6. $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DB}$이므로 $\triangle ABD=\triangle DEB$이다.
$\triangle$ABD의 넓이는 $\square$ABCD의 넓이에서 $\triangle$DBC의 넓이를 뺀 것과 같으므로
$\triangle ABD=50-27=23(\text{cm}^2)$
따라서 $\triangle DEB=\triangle ABD=23(\text{cm}^2)$

7. A_3 용지와 A_5 용지의 닮음비는 $2:1$이므로 넓이의 비는 $4:1$이다.
따라서 A_3 용지의 넓이는 A_5 용지의 넓이의 4배이다.

8. $\triangle ABC\backsim\triangle DAC$(AA 닮음)이므로
$20:(x+12)=12:20$,
$12(x+12)=20^2$
$\therefore\ x=\frac{64}{3}$
$\triangle ABD\backsim\triangle CAD$(AA 닮음)이므로
$x:y=y:12,\ y^2=12x$
$y^2=12\times\frac{64}{3}=256\qquad\therefore\ y=16$
$\therefore\ 3x-y=3\times\frac{64}{3}-16=48$

9. 삼각형의 중점연결정리에 의해
$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AB},\ \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BC},\ \overline{FD}=\frac{1}{2}\overline{AC}$이므로
$\triangle$DEF의 둘레의 길이는 $\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC})$
이므로 $\triangle$ABC의 둘레의 길이의 $\frac{1}{2}$과 같다.
따라서 ($\triangle$DEF의 둘레의 길이)$=18\times\frac{1}{2}$
$=9(\text{cm})$

10. 점 A에서 선분 BC에 수선의 발을 내리고 그 점을 E라 하자.



$\triangle$ABE에서 선분 BE의 길이는 8 cm이므로
피타고라스의 정리에 의해
$\overline{AE}^2=10^2-8^2=36$이므로 $\overline{AE}=6(\text{cm})$
따라서 $\square$AECD는 직사각형이므로
$\overline{CD}=\overline{AE}=6(\text{cm})$

11. $\square ABED=\overline{AB}^2=289-64=225(\text{cm}^2)$이므

로 $\overline{AB}$의 길이는 15 cm이다.

12. $\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$(SAS 합동)이다.
따라서 $\overline{EH}=\overline{FE}=\overline{GF}=\overline{HG}$이고
$\angle HEF=90^\circ$이므로
□EFGH는 정사각형이다.
$\triangle AEH$에서 $\overline{AE}=12-8=4(\text{cm})$이고
피타고라스 정리에 의해 $\overline{EH}^2=8^2+4^2=80$
$\therefore$ □EFGH의 넓이는 80 cm^2이다.

13. $\triangle ACD \equiv \triangle AED$(RHA 합동)이므로
$\overline{BE}=15-9=6(\text{cm})$
$\overline{ED}=\overline{DC}$ 이므로
($\triangle EBD$의 둘레의 길이)$=6+12=18(\text{cm})$

14. $\triangle ABC$의 내접원의 반지름을 r cm라고 하면
$\triangle ABC=\frac{1}{2}r(14+18+10)=21r$이고,
$\triangle IBC=\frac{1}{2}r\times 18=9r$이므로
$\triangle ABC$와 $\triangle IBC$의 넓이의 비는 $7:3$이다.
따라서 $m+n=7+3=10$

15. $\triangle DQO \equiv \triangle BPO$(ASA 합동)이므로
$\triangle APO$와 $\triangle DQO$의 넓이의 합은 $\triangle ABO$의 넓이와 같다.
($\triangle ABO$의 넓이)$=80\times\frac{1}{4}=20(\text{cm}^2)$

16. $\overline{AD}=\overline{PD}$이므로 $\triangle PAD$는 이등변삼각형이다.
$\angle PDA=20^\circ$이므로 $\angle ADC=20^\circ+60^\circ=80^\circ$
$\angle ADC+\angle BCD=180^\circ$에서
$\angle BCD=100^\circ$
$\therefore \angle BCP=\angle BCD-\angle PCD$
$=100^\circ-60^\circ=40^\circ$

17. 아파트 단지 모형과 실제 아파트 단지의 닮음비가 $1:100$이므로 넓이의 비는 $1:10000$이다.
따라서 실제 아파트 단지를 칠하는데 필요한 페인트 통의 수는 $\frac{1}{2}\times 10000=5000=5\times 10^3$
이므로 $a=5$, $n=3$이다.
$\therefore a+n=8$

18. $\overline{AP}=x$라 하면 $\overline{GD}=x-3$이다.
$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로
$(x+3):(x-3)=2:1$에서 $\quad 2x-6=x+3$
$\therefore \overline{AP}=x=9$

19. 점 $(4,\ 0)$을 점 C라 할 때, $\overline{PC}$에 $\triangle BPC$와 합동인 삼각형을 붙이면 $B(4,\ 1)$에 대응하는 점이 되는 B'의 좌표는 $(4,\ -1)$이다.
$\overline{AP}+\overline{BP}$가 최소일 때는 점 A와 점 B'를 잇는 선이 직선이 될 때이므로
$\overline{AB'}^2=(4-1)^2+\{3-(-1)\}^2=25$
$\therefore \overline{AB'}=5(\because \overline{AB'}>0)$

20. 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 할 때, 밑면의 둘레와 부채꼴의 호의 길이가 같으므로
$2\pi r=2\times 15\times\pi\times\frac{216^\circ}{360^\circ} \qquad \therefore r=9$
피타고라스의 정리에 의해 원뿔의 높이는
12 cm이므로
원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\times 9^2\times\pi\times 12=324\pi(\text{cm}^3)$
$\therefore a=324$

21. $\angle B+\angle C=(180^\circ-128^\circ)\times 2=104^\circ$이므로
$\angle A=76^\circ$
따라서 $\angle BOC$는 $\angle A$의 2배이므로 152°이다.
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC=(180^\circ-152^\circ)\div 2=14^\circ$

22. $\angle PAQ=\angle QAD=\angle PQA$이므로
$\triangle APQ$는 $\overline{PA}=\overline{PQ}$인 이등변삼각형이다.
점 P가 점 B에 있을 때, 점 Q는 점 B로부터
5 cm 떨어진 점에 있게 된다.
점 P가 점 C에 있을 때, 점 Q는 점 C로부터
7 cm 떨어진 점에 있게 된다.
따라서 점 Q가 움직인 거리는
$(9-5)+7=11(\text{cm})$

23. $\triangle DQP=12(\text{cm}^2)$, $\triangle QCP=4(\text{cm}^2)$이므로
$\overline{DQ}:\overline{QC}=3:1$
$\triangle AQD \backsim \triangle PQC$(AA 닮음)이므로
$\triangle AQD=36(\text{cm}^2)$
점 A와 점 C를 연결하는 대각선을 그으면
$\triangle ACQ=\triangle DQP=12(\text{cm}^2)$이다.
$\triangle ACD=\triangle ACQ+\triangle AQD$
$=12+36=48(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle ABC=\triangle ACD=48(\text{cm}^2)$
따라서 □ABCQ$=\triangle ABC+\triangle ACQ$
$=48+12=60(\text{cm}^2)$

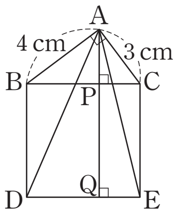
24. $\overline{AE}$가 중선이므로 $\overline{BE}=\overline{EC}$이고,
$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로 $\overline{BD}:\overline{DC}=3:4$

$\therefore\ \overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC},\ \overline{BD}=\frac{3}{7}\overline{BC}$

$\overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}-\frac{3}{7}\overline{BC}=\frac{1}{14}\overline{BC}$

$\triangle ADE=\frac{1}{14}\triangle ABC$이므로 $\triangle ABC$의 넓이는 $\triangle ADE$의 넓이의 14배이다.

25. 점 A에서 $\overline{DE}$에 수선을 그었을 때, $\overline{BC}$와 만나는 점을 P라 하고, $\overline{DE}$와 만나는 점을 Q라 하자.



피타고라스 정리에 의해
$\overline{BC}=5(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times3=\frac{1}{2}\times5\times\overline{AP}$

$\therefore\ \overline{AP}=\frac{12}{5}(\text{cm})$

또한 $\overline{AQ}=\frac{12}{5}+5=\frac{37}{5}(\text{cm})$이므로

$\triangle ADE=\frac{1}{2}\times5\times\frac{37}{5}=\frac{37}{2}(\text{cm}^2)$

$\therefore\ a-b=37-2=35$

26. 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 길이를 h라 하면

$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}\times10\times h \qquad \therefore\ h=\frac{24}{5}$

두 원의 반지름의 길이를 r이라 하면
$\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle O'CA+(\triangle OBH+\triangle O'CH')+\triangle OO'A+\square OHH'O'$이므로

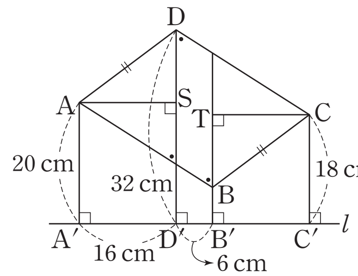
$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}\times8r+\frac{1}{2}\times6r$

$+\frac{1}{2}(10-2r)\times r+\frac{1}{2}\times2r\left(\frac{24}{5}-r\right)+2r\times r$

$\therefore\ r=\frac{10}{7}$

따라서 $a=10$, $b=7$이므로 $2a+b=27$이다.

27. 점 B′에서 점 B를 향하여 연장선을 긋고 점 C에서 $\overrightarrow{B'B}$에 내린 수선의 발을 T, 점 A에서 선분 $\overline{DD'}$에 내린 수선의 발을 S라 하자.



$\triangle ASD$와 $\triangle CTB$에서

$\angle ASD=\angle CTB=90^\circ$ …… ①

$\overline{AD}=\overline{BC}$(∵ □ABCD는 평행사변형) …… ②

$\angle ADS=\angle CBT$ …… ③

①, ②, ③에 의하여
$\triangle ASD\equiv\triangle CTB$(RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AS}=\overline{A'D'}=\overline{CT}=\overline{B'C'}=16\text{ cm}$

$\overline{CC'}-\overline{BB'}=\overline{DD'}-\overline{AA'}\ (\because\ \overline{DS}=\overline{BT})$

에서 $18-\overline{BB'}=32-20 \qquad \therefore\ \overline{BB'}=6(\text{cm})$

$\therefore$ (□ABCD의 넓이)

$=(\square AA'D'D+\square DD'C'C)$

$-(\square AA'B'B+\square BB'C'C)$

$=\frac{1}{2}(20+32)\times16+\frac{1}{2}(32+18)\times22$

$-\frac{1}{2}(20+6)\times22-\frac{1}{2}(6+18)\times16$

$=488(\text{cm}^2)$

28. $\triangle CAD$에서 삼각형의 중점연결정리에 의해

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EF},\ \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AD}$

$\triangle BEF$에서 삼각형의 중점연결정리에 의해

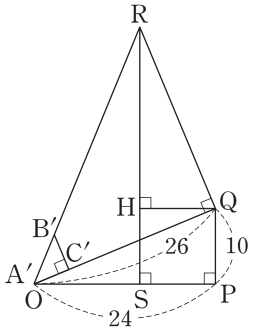
$\overline{PD}=\frac{1}{2}\overline{EF}$

$\overline{PD}=a$라 하면 $\overline{EF}=2a$,
$\overline{AD}=4a$이므로 $\overline{AP}=3a$가 된다.
$\triangle QAP$와 $\triangle QEF$는 AA 닮음이며
닮음비가 $3:2$이므로, $\overline{PQ}:\overline{QF}=3:2$
$\overline{PQ}=6(\text{cm})$이므로
$\overline{QF}=4(\text{cm}),\ \overline{BP}=\overline{PF}=10(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{BF}=20(\text{cm})$

29. $\overline{BA}$와 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 F라 하면
$\triangle FBE\equiv\triangle CBE$(ASA 합동)이므로 $\overline{BC}=\overline{BF}$
$\overline{CE}=2\overline{DE}$이므로 $\overline{FD}=\overline{DE}$
$\therefore\ \overline{FD}:\overline{FC}=1:4$
$\triangle FAD\backsim\triangle FBC$(AA 닮음)이므로 두 삼각형의 넓이의 비는 $1:4^2=1:16$이다.

$\triangle BEC=40(cm^2)$이므로 $\triangle FBE=40(cm^2)$
또한 $1:16=\triangle FAD:80$에서
$\triangle FAD=5(cm^2)$
따라서 $\square ABED=\triangle FBE-\triangle FAD$
$=40-5=35(cm^2)$

30.



위 그림과 같이 $\triangle ABC$를 $\triangle A'B'C'$으로 옮겨 놓으면 구하려는 기울기 m은 $m=\frac{\overline{SR}}{\overline{OS}}$이 된다.
$\triangle A'B'C' \backsim \triangle A'RQ$(AA 닮음)이므로
$\overline{B'C'}:\overline{RQ}=5:26$, $5:\overline{RQ}=5:26$
$\therefore\ \overline{RQ}=26$
$\triangle OPQ\equiv\triangle RHQ$(RHA 합동)이므로
$\overline{HR}=24$, $\overline{HQ}=10$
따라서 $m=\frac{\overline{SR}}{\overline{OS}}=\frac{34}{14}=\frac{17}{7}=\frac{a}{b}$이므로
$a-b=17-7=10$