KMA 한국수학학력평가(상반기) 정답과 해설

중학교 1학년

1.	5	**2.**	2
3.	72	**4.**	945
5.	7	**6.**	4
7.	10	**8.**	0
9.	36	**10.**	1
11.	140	**12.**	10
13.	4	**14.**	10
15.	7	**16.**	2
17.	23	**18.**	13
19.	2	**20.**	134
21.	11	**22.**	7
23.	8	**24.**	4
25.	26	**26.**	6
27.	206	**28.**	10
29.	1	**30.**	166

01. 소수는 19, 7, 2, 97, 61이므로 5개이다.

02. $20=2^2\times5$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$이고 2×7^x의 약수의 개수는 $(1+1)\times(x+1)=6$이므로
$x+1=3$, $x=2$이다.

03. $2\times3\times6^2=2^3\times3^3$
$2\times3^2\times4\times7=2^3\times3^2\times7$
따라서 두 수의 최대공약수는 $2^3\times3^2=72$

04. 두 수의 공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수를 구하면 된다.
$21=3\times7$, $35=5\times7$이므로 두 수의 최소공배수는 $3\times5\times7=105$
105의 배수는 105, 210, 315, $\cdots$, 840, 945이므로 가장 큰 세 자리 수는 945이다.

05. 어떤 정수를 n이라고 하면
$n-5$는 음수이므로 n은 5보다 작은 정수이다.
$n-2$는 양수이므로 n은 2보다 큰 정수이다.
따라서 2보다 크고 5보다 작은 정수는 3, 4이므로 두 수의 합은 7이다.

06. $[1]-[-3.2]-\left[\frac{3}{2}\right]=1-(-4)-1=4$

07. $0.5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$이므로 역수는 2
$1\frac{2}{5}=\frac{7}{5}$이므로 역수는 $\frac{5}{7}$
따라서 $7ab=7\times2\times\frac{5}{7}=10$

08. $(-1)^{2020}+(-1)^{2021}+(-1)^{2022}+(-1)^{2023}$
$=(+1)+(-1)+(+1)+(-1)=0$

09. 어떤 일차식을 $\square$라고 하면
$\square+(2x-3)=7x+6$
$\square=7x+6-(2x-3)$
$=7x+6-2x+3$
$=5x+9$
따라서 바르게 계산하면
$(5x+9)-(2x-3)=5x+9-2x+3$
$=3x+12$
$\therefore\ ab=3\times12=36$

10. $\frac{A}{2}+\frac{B}{6}=\frac{2x-4y}{2}+\frac{-6x+18y}{6}$
$=x-2y-x+3y$
$=y$
이므로 $a=0$, $b=1$
$\therefore\ a+b=0+1=1$

11. 315를 소인수분해하면 $3^2\times5\times7$이므로
$315\times\square=3^2\times5\times7\times\square$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 지수가 모두 짝수이어야 한다.
즉, $\square=5\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 5×7이고, 두 번째로 작은 자연수는 $5\times7\times2^2=140$이다.

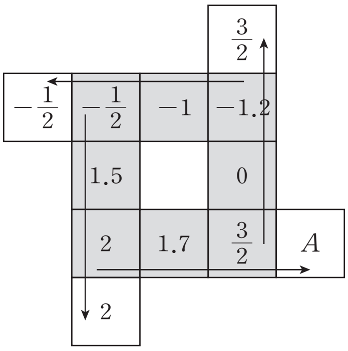
12. $2\times x$
$6\times x=2\times3\times x$
$8\times x=2^3\times x$
세 수의 최소공배수는 $2^3\times3\times x=120$이므로
$x=5$이다.
따라서 세 수의 최대공약수는 $2\times5=10$이다.

13. 54, 72의 최소공배수는 216이므로 처음으로 다시 맞물릴 때까지의 톱니 수는 216개이다. 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물릴 때까지 톱니바퀴 A의 회전 수는
$216\div54=4$(바퀴)이다.

14. (180, 120의 최대공약수)$=60$
(나무 사이의 간격)$=60(\mathrm{m})$
전체 길의 길이는 $(180+120)\times2=600(\mathrm{m})$
이므로 $600\div60=10$(그루)

15. 【3, -4】$=-4$이므로
【-2, 【3, -4】】$=$【-2, -4】$=-4$이다.
따라서 $-4=$【x, -4】를 만족하는 x는 절댓값이 4보다 작은 정수이므로 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3이다.
$\therefore$ 7개

16. 규칙을 찾아보면 화살표 방향의 수 중에서 가장 큰 수를 찾는 문제이다.



따라서 $\frac{3}{2}<1.7<2$이므로 $A=2$

17. 예슬
(주어진 식)
$=\frac{2}{3}-\left(-\frac{7}{3}\right)\div\left\{-2+(-27)\times\frac{1}{6}\times(-2)\right\}$
$=\frac{2}{3}-\left(-\frac{7}{3}\right)\div(-2+9)$
$=\frac{2}{3}-\left(-\frac{7}{3}\right)\times\frac{1}{7}$
$=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=1$
예찬
(주어진 식)$=3-\frac{6}{5}\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times25$
$=3-(-20)=3+20=23$

18. 세 수 중 두 수를 선택하여 곱하고 나머지 수로 나눈 $\frac{a}{b}$의 값은 음수이므로 절댓값이 작을수록 $\frac{a}{b}$의 값이 커진다. 세 수의 절댓값 중 작은 두 수를 곱하고 가장 큰 수로 나누면 $\frac{a}{b}$의 최댓값이다.
$2\frac{1}{3}$, $-\frac{4}{3}$, 1.5의 절댓값은 각각 $\frac{7}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$이고, 절댓값이 가장 큰 수는 $\frac{7}{3}$이므로
($\frac{a}{b}$의 최댓값)$=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{3}{2}\div\frac{7}{3}$
$=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{7}=-\frac{6}{7}$이다.
따라서 $a=6$, $b=-7$ 또는 $a=-6$, $b=7$이므로 $|a-b|=13$이다.

19. ㉠ $a\times a\times a=a^3$
㉡ $x\times x\times y\times(-1)=-x^2y$
㉢ $a\times a\times(-5)=-5a^2$
㉣ $0.1\times a\times c\times a\times b=\frac{a^2bc}{10}$
㉤ $a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$
㉥ $a\div(b\times c)=\frac{a}{bc}$
㉦ $a\div(b+1)=\frac{a}{b+1}$
㉧ $-y\times2+x\times y\div3=-2y+\frac{xy}{3}$
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉤이므로 2개이다.

20. ㄱ. 30분에 60 km를 가는 속도로 t시간 동안 간 거리는 $(120\times t)$ km이다.
ㄴ. 십의 자리 숫자가 a, 일의 자리 숫자가 b인 두 자리의 자연수는 $(10\times a+b)$이다.
ㄷ. 10개에 x원 하는 사과 20개의 값은 $(2\times x)$원이다.
ㄹ. 수학은 a점, 영어는 b점일 때, 두 과목의 평균 점수는 $(a+b)\div2$이다.
➡ $120+10+2+2=134$

21. $1(\mathrm{GB})=10^3(\mathrm{MB})$
$=10^3\times10^6=10^9(\mathrm{byte})$
$128(\mathrm{GB})=128\times10^9=1.28\times10^{11}(\mathrm{byte})$
$\therefore n=11$

22. 육십간자는 10개의 천간과 12개의 지지가 계속 반복되므로 10과 12의 최소공배수인 60의 배수마다 반복된다.
1592년 이후부터 2020년까지 임진년은
$1592+60=1652$, $1652+60=1712$,
$1712+60=1772$, $1772+60=1832$,
$1832+60=1892$, $1892+60=1952$,
$1952+60=2012$
이므로 7번이다.

23. ㈏에서 $|b-3|=2$이므로
$b-3=2$ 또는 $b-3=-2$이다.
즉, $b=5$ 또는 $b=1$
Ⅰ. $b=5$인 경우
㈎ $|a-3|=|5+1|=6$이므로
$a-3=6$ 또는 $a-3=-6$이다.
즉 $a=9$ 또는 $a=-3$이다.
(ⅰ) $a=9$이면 ㈐ $|a|+|c|=9$에서 $c=0$이고 c는 a보다 b에 더 가까운 조건을 만족한다.
$\therefore\ a-b-c=9-5-0=4$
(ⅱ) $a=-3$이면 ㈐ $|a|+|c|=9$에서 $c=\pm6$이고, c는 a보다 b에 더 가까우므로 $c=6$
$\therefore\ a-b-c=-3-5-6=-14$
Ⅱ. $b=1$인 경우
㈎ $|a-3|=|1+1|=2$이므로
$a-3=2$ 또는 $a-3=-2$이다.
즉 $a=5$ 또는 $a=1$이다.
이때 a, b는 서로 다르므로 $a=5$
㈐ $|a|+|c|=9$에서 $c=\pm4$이고, c는 a보다 b에 더 가까우므로 $c=-4$
$\therefore\ a-b-c=5-1-(-4)=8$
따라서 $a-b-c$의 최댓값은 8이 된다.

24. A와 마주 보는 면에 있는 수는 $\frac{2}{7}$이므로
$A+\frac{2}{7}=0$, $A=-\frac{2}{7}$
B와 마주 보는 면에 있는 수는 $\frac{21}{2}$이므로
$B\times\frac{21}{2}=1$, $B=\frac{2}{21}$
C와 마주 보는 면에 있는 수는 $-\frac{3}{4}$이므로
$\left|C-\left(-\frac{3}{4}\right)\right|=0$, $C=-\frac{3}{4}$
$$\therefore\ A\div B\div C=-\frac{2}{7}\div\frac{2}{21}\div\left(-\frac{3}{4}\right)$$
$$=-\frac{2}{7}\times\frac{21}{2}\times\left(-\frac{4}{3}\right)=4$$

25. ㉠ (체질량 지수)$=\frac{45}{1.5^2}=\frac{45}{2.25}=20(\text{kg/m}^2)$
$\therefore\ a=20$
㉡ 270분$=4.5$시간이므로
(평균 스마트폰 사용 시간)
$=\frac{12x+8\times4.5}{12+8}=\frac{12x+36}{20}=\frac{3x+9}{5}$
$\therefore\ b=3$
㉢ 할인하여 판매한 가격은
$y\times\frac{110}{100}\times\frac{80}{100}=y\times\frac{22}{25}$이고 손해액은
$y\times\left(1-\frac{22}{25}\right)=\frac{3}{25}y$이므로 $c=3$
$\therefore\ a+b+c=20+3+3=26$

26. 각 문은 적혀 있는 숫자의 약수에서 열려 있으면 닫고, 닫혀 있으면 열 수 있다. 마지막 문이 열려 있으려면 '열고 → 닫고 → ⋯ → 열고'를 해야 하므로 약수의 개수가 홀수 개이어야 한다. 약수의 개수가 홀수 개이려면 $(\text{자연수})^2$이어야 하므로 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2의 6개이다.

27. 사과의 개수를 n이라고 하자.
6으로 나눌 때 1이 남으면 6으로 나눌 때 5가 부족하다는 것과 같으므로 $n+5$는 6으로 나누어 떨어지므로 6의 배수이다.
8로 나눌 때 5가 부족한 수는 5를 더해주면 8로 나누어떨어지므로 $n+5$는 8의 배수이다.
9로 나눌 때 4가 남으면 9로 나눌 때 5가 부족하다는 것과 같으므로 $n+5$는 9의 배수이다.
다시 말해서, $n+5$는 6, 8, 9의 공배수이다. 6, 8, 9의 최소공배수는 72이므로 $n+5$는 72, 144, 216, ⋯ 이고 n은 67, 139, 211, ⋯ 이다.
이 중 200보다 작은 수는 67과 139이므로 다연이가 가지고 있는 사과의 개수로 가능한 수들의 합은 206이다.

28. 점 X와 두 점 A, B와의 거리의 비가 $5:6$이므로 점 X와 점 A 사이의 거리는 점 A와 점 B 사이의 거리의 5배가 되면 된다.

$A\left(-\frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{4}{3}\right)$이므로 점 A와 점 B 사이의 거리는 $\frac{4}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{8+3}{6}=\frac{11}{6}$이고

점 X의 좌표는

$-\frac{1}{2}-5\times\frac{11}{6}=-\frac{3}{6}-\frac{55}{6}=-\frac{58}{6}=-\frac{29}{3}$

이므로 $a=-\frac{29}{3}$

점 Y의 좌표는

$-\frac{1}{2}+\frac{11}{6}\times\frac{5}{11}=-\frac{1}{2}+\frac{5}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이므로

$b=\frac{1}{3}$

$\therefore\ b-a=\frac{1}{3}-\left(-\frac{29}{3}\right)=\frac{30}{3}=10$

29. $\frac{1}{n\times(n+2)}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$이므로

$\frac{1}{35}=\frac{1}{5\times7}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)$,

$\frac{1}{63}=\frac{1}{7\times9}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)$,

$\frac{1}{99}=\frac{1}{9\times11}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)$,

$\frac{1}{143}=\frac{1}{11\times13}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{13}\right)$,

$\frac{1}{195}=\frac{1}{13\times15}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{15}\right)$,

$$\begin{aligned}A&=\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}+\frac{1}{143}+\frac{1}{195}\\&=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{13}-\frac{1}{15}\right)\\&=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{15}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{15}=\frac{1}{15}\end{aligned}$$

$\therefore\ 15A=15\times\frac{1}{15}=1$

30. 12분 20초 동안 만들어진 정육면체의 개수를 우선 구하면, 처음 1분 동안 만들어진 정육면체의 개수가 1개이고 그 다음부터는 40초씩 걸리므로 11분 20초는 680초이고 $680\div40=17$이므로 처음 1개를 포함해서 18개이다.

한 개의 정육면체를 만들기 위해서 성냥개비가 12개 필요하고,

두 개의 정육면체를 만들기 위해서 성냥개비가 $(12+8)$개 필요하고,

세 개의 정육면체를 만들기 위해서 성냥개비가 $(12+8+8)$개 필요하고,

x개의 정육면체를 만들기 위해서 성냥개비가 $12+8\times(x-1)=4+8\times x$(개)가 필요하다.

따라서 18개의 정육면체를 만들기 위해서는 $4+8\times18=148$(개)가 필요하므로 구하고자 하는 답은 $18+148=166$(개)이다.